

7/12/20

Ο ρυθμός μεταβολής με από θήματα

1^η// Κατασκευάζω μια αρχική σχέση

2^η// Μετατρέπω την αρχική σχέση σε σχέση μεταβολών, ως προς το χρόνο t

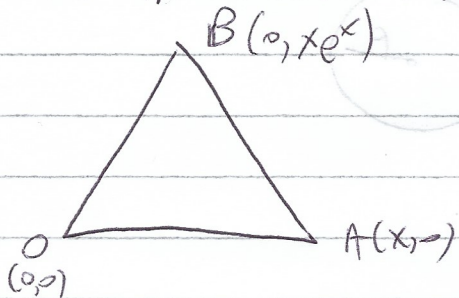
3^η// Γράφω, ως προς t ή το, τα βροχικά που μου δίνει η άσκηση

4^η// Παράγωγο, με έχω στο t , τη σχέση που έχει προκύψει από το βήμα 2

5^η// Βάζω όπου t στο t_0 και λύνω ως προς το έρωτημα που μου ζητείται

Παραδειγμα

14.14/ Ράστη + Έκτα



$x > 0$. Αν το x μεταβάλλεται με ρυθμό 4, $E'(x) =$, όταν $x=5$

$$(1^{\text{η}}) E = \frac{|\det(\vec{OA}, \vec{OB})|}{2} = \frac{\begin{vmatrix} x & 0 \\ 0 & xe^x \end{vmatrix}}{2} = \frac{x^2 e^x}{2}$$

$$E = \frac{1}{2} x^2 e^x$$

(2) επειδή το x μεταβάλλεται ως προς το χρόνο t , τότε και το E θα μεταβάλλεται ως προς t

$$\text{Άρα } E(t) = x(t)^2 e^{x(t)}$$

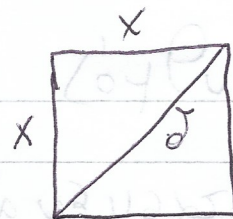
(3) έχω $x'(t) = 4$, $x(t_0) = 5$

$$(4) E'(t) = 2x(t)x'(t)e^{x(t)} + x(t)^2 \cdot e^{x(t)} \cdot x'(t) = x(t)x'(t) e^{x(t)} [2 + x(t)]$$

5) κατά τη χρονική στιγμή t_0 , $E'(t_0) = 20e^5 [2+5] = 140e^5 \text{ cm}^2/\text{sec}$

14.20 / Ράβδου $E'(t) = 24 \text{ cm}^2/\text{s}$

$\dot{x} = 4$ $\dot{s} = ?$



1) $E = x^2$
 $s = x\sqrt{2}$

2) Επειδή το εμβαδόν μεταβάλλεται ως προς το χρόνο t , τότε και η πλευρά x και η διαγώνιος s , μεταβάλλονται ως προς t .

Άρα $E(t) = x^2(t)$, $s(t) = x(t)\sqrt{2}$

3) $E'(t) = 2(x) \dot{x}(t) \Rightarrow \dot{x}(t) = \frac{E'(t)}{2x(t)}$

$\dot{s}(t) = \dot{x}(t)\sqrt{2}$, $x(t_0) = 4$, $E'(t_0) = 24$

4) Μετά το χρονικό διάστημα t_0 έχω

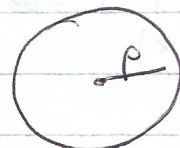
$\dot{x}(t_0) = \frac{24}{2 \cdot 4} = 3$

5) Άρα $\dot{s}(t_0) = 3\sqrt{2}$

14.11 Ράβδου $E' = -4\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

$L_0 = 3 \text{ cm}$

$\rho'(t) = ?$, $L' = ?$



1^{ου} $E = \pi \rho^2$, $L = 2\pi \rho$

2^{ου} Επειδή το εμβαδόν μεταβάλλεται ως προς t , τότε και ρ , L μεταβάλλονται ως προς t .

Άρα $E(t) = \pi \rho^2(t)$, $L(t) = 2\pi \rho(t)$

3) $E'(t) = 2\pi \rho(t) \rho'(t)$, $L'(t) = 2\pi \rho'(t)$

4) Μετά το χρονικό διάστημα t_0 έχω $E'(t_0) = -4\pi \text{ cm}^2/\text{s}$
 $L(t_0) = 3 \Rightarrow 2\pi \rho(t_0) = 3 \Rightarrow \rho(t_0) = \frac{3}{2\pi}$, $E'(t_0) = -4\pi$

$\rho'(t_0) = \frac{E'(t_0)}{2\pi \rho(t_0)} = \frac{-4\pi}{2\pi \cdot \frac{3}{2\pi}} = -\frac{2}{3}\pi$, $L'(t_0) = 2\pi \cdot \left(-\frac{2}{3}\pi\right) = -\frac{4}{3}\pi^2 \text{ cm/s}$