

2.3 Εμβαδόν Τριγώνου

❖ Θέματα Β ❖

✓ Θέμα 104

● B15440

Δίνονται τα σημεία $A(0, 2)$, $B(3, 0)$ και $\Gamma(1, 1)$.

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{AG}$. (9)
- β) i. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου. (8)
- ii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (8)

✓ Θέμα 105

● B16194

Δίνονται οι ευθείες

$$\varepsilon_1: 8x + y - 28 = 0, \quad \varepsilon_2: x - y + 1 = 0 \quad \text{και} \quad \varepsilon_3: 3x + 4y + 5 = 0.$$

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής M των ευθειών ε_1 και ε_2 . (9)
- β) Αν $M(3, 4)$, τότε:
- i. Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\overrightarrow{OM}$, όπου O η αρχή των αξόνων. (8)
- ii. Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου M από την ευθεία ε_3 . (8)

✓ Θέμα 106

● B16425

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: y = \frac{2}{3}x + 1$ και $\varepsilon_2: x = \frac{3}{2}y + 9$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. (12)
- β) Να υπολογίσετε την απόσταση των ευθειών ε_1 και ε_2 . (13)

✓ Θέμα 107

● B16759

Δίνονται οι ευθείες

$$\varepsilon_1: x - 2y = -1, \quad \varepsilon_2: 2x + y = 4 \quad \text{και} \quad \varepsilon_3: y = -1.$$

- α) Να αποδείξετε ότι $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$. (8)
- β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται στο σημείο $A\left(\frac{7}{5}, \frac{6}{5}\right)$. (9)
- γ) Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε_3 . (8)

✓ Θέμα 108

● B16769

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(1, 7)$, $B(-1, 5)$ και $\Gamma(3, 3)$.

- α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (9)
- β) Αν M είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$, τότε:
- Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου M . (8)
 - Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM . (8)

✓ Θέμα 109

● B16771

Δίνονται τα σημεία $A(2, 1)$, $\Gamma(4, -1)$ και το διάνυσμα $\overrightarrow{AB} = (3, -1)$.

- α) Να αποδείξετε ότι το σημείο B έχει συντεταγμένες $(5, 0)$. (9)
- β)
 - Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ σχηματίζουν τρίγωνο. (8)
 - Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (8)

✓ Θέμα 110

● B16810

Θεωρούμε τα σημεία $A(1, 1)$, $B(5, 2)$, $\Gamma(0, -2)$ και $\Delta(8, 0)$.

- α) Να τοποθετήσετε τα παραπάνω σημεία σε ένα σύστημα συντεταγμένων και να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία αυτά είναι τραπέζιο. (10)
- β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραpezίου $AB\Delta\Gamma$. (15)

✓ Θέμα 111

● B17805

Δίνεται τρίγωνο AOB με κορυφές τα σημεία $A(3, 4)$, $B(7, 1)$, $O(0, 0)$ και έστω $\Delta\left(\frac{12}{5}, \frac{16}{5}\right)$ σημείο της πλευράς AO .

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{OA}$ και $\overrightarrow{AD}$. (7)
- β) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{5}\overrightarrow{OA}$. (9)
- γ) Αν $(OAB) = \frac{15}{2}$, να αποδείξετε ότι $(A\Delta B) = \frac{1}{5}(OAB)$. (9)

✓ Θέμα 112

● B18240

Δίνεται το σημείο $A(1, 2)$ και η ευθεία $\varepsilon: y = x + 3$.

- α) Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε . (7)
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η που διέρχεται από το σημείο A και είναι παράλληλη στην ευθεία ε . (8)

γ) Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων τις ευθείες ε και η . (10)

✓ Θέμα 113

● B18979

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 2x + 3y = 5$ και $\varepsilon_2: 4x + 6y = 8$.

α) Να αποδείξετε ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. (10)

β) Να αποδείξετε ότι το σημείο $A(1, 1)$ βρίσκεται πάνω στην ευθεία ε_1 . (5)

γ) Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε_2 . (10)

✓ Θέμα 114

● B20864

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 2x + y - 6 = 0$ και $\varepsilon_2: 2x + y + 2 = 0$.

α) Να αποδείξετε ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. (12)

β) i. Να αποδείξετε ότι το σημείο $A(0, 6)$ ανήκει στην ευθεία ε_1 . (5)

ii. Να υπολογίσετε την απόσταση των ευθειών ε_1 και ε_2 . (8)

✓ Θέμα 115

● B20885

Μια ευθεία ε διέρχεται από το σημείο $A(-3, -1)$ και σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\frac{3\pi}{4}$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε . (12)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από την ευθεία ε και τους άξονες $x'x$ και $y'y$ είναι ίσο με 8. (13)

✓ Θέμα 116

● B20926

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: x - 2y = 1$ και τα σημεία $A(0, 2)$, $B(1, 0)$.

α) Να αποδείξετε ότι το σημείο B ανήκει στην ευθεία ε , ενώ το σημείο A δεν είναι σημείο της. (8)

β) Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε . (8)

γ) Να υπολογίσετε την απόσταση των δύο σημείων A, B και να αποδείξετε ότι η προβολή του σημείου A πάνω στην ευθεία ε είναι το σημείο B . (9)

✓ Θέμα 117

● B21260

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: y - 2x = 0$ και τα σημεία $B(1, 1)$, $\Gamma(-1, 3)$.

α) Να αποδείξετε ότι το σημείο $A(5, 10)$ ανήκει στην ευθεία ε . (5)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$. (10)

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (10)

❖ Θέματα Γ ❖

✓ Θέμα 118

● C15152

Δίνονται τα σημεία $A(1, 3)$, $B(-2, 2)$ και η ευθεία $\varepsilon: 3x + y + \alpha = 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την απόσταση του σημείου A από το σημείο B . (5)

β) Για ποιες τιμές του α η απόσταση (AB) είναι ίση με την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε ; (8)

γ) Για $\alpha = 4$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$, όπου Γ το σημείο τομής της ευθείας ε με τον άξονα $y'y$. (12)

❖ Θέματα Δ ❖

✓ Θέμα 119

● D14984

Θεωρούμε τα σημεία $A(-2, -3)$ και $B(7, 9)$. Έστω S το σύνολο όλων των σημείων M που είναι κορυφές των τριγώνων AMB , ώστε να ισχύει $(AMB) = 12$.

α) Να αποδείξετε ότι το σύνολο S αποτελείται από τα σημεία των παράλληλων ευθειών

$$\varepsilon_1: 4x - 3y - 9 = 0 \quad \text{και} \quad \varepsilon_2: 4x - 3y + 7 = 0. \quad (9)$$

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία AB είναι η μεσοπαράλληλος των ευθειών ε_1 και ε_2 . (9)

γ) Θεωρούμε τα σημεία M_1, M_2 των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ αντίστοιχα, ώστε να σχηματίζεται το τετράπλευρο AM_1BM_2 . Με τι ισούται το εμβαδόν του; Πόσα τέτοια τετράπλευρα $AXBY$ υπάρχουν, αν τα X, Y είναι σημεία των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ αντίστοιχα, που έχουν το ίδιο εμβαδόν με το τετράπλευρο AM_1BM_2 ; (7)

✓ Θέμα 120

● D15194

Δίνονται τα σημεία $A(1, 1)$, $B(4, 4)$ και $\Gamma(3, 1)$.

α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ σχηματίζουν τρίγωνο. (7)

β) Να αποδείξετε ότι η μεσοκάθετος της πλευράς $B\Gamma$ είναι η ευθεία $\varepsilon: y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$. (9)

γ) Να βρείτε σημείο K της ευθείας ε τέτοιο, ώστε να ισχύει $(KA) = (KB)$. Τι ιδιότητα έχει το σημείο K ; (9)

✓ Θέμα 121

● D15273

Θεωρούμε τα σημεία $A(3,4)$, $B(2,5)$, $\Gamma(-2,2)$ και το μεταβλητό σημείο $M(4\alpha - 1, 3\alpha + 1)$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

- α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ σχηματίζουν τρίγωνο. (5)
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$. (5)
- γ) Να αποδείξετε ότι τα σημεία M κινούνται πάνω στην ευθεία που διέρχεται από το σημείο A και είναι παράλληλη στην ευθεία $B\Gamma$. (7)
- δ) Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε σημείο M ισχύει $(MB\Gamma) = (AB\Gamma)$. Πώς αιτιολογείται αυτό γεωμετρικά; (8)

✓ Θέμα 122

● D15380

Δίνονται τα σημεία $A(1,3)$, $B(-2,2)$ και η ευθεία $\varepsilon: 3x + y + \alpha = 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε για ποια τιμή του α η απόσταση του σημείου A από το σημείο B είναι ίση με την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε . (8)
- β) Για $\alpha = 4$:
- Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$, όπου Γ το σημείο τομής της ευθείας ε με τον άξονα $y'y$. (8)
 - Να βρείτε το σημείο της ευθείας ε που απέχει τη μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων. (9)

✓ Θέμα 123

● D15433

Δύο οικισμοί βρίσκονται στις θέσεις που ορίζουν τα σημεία $A(-1,-2)$ και $B(3,1)$. Εξωτερικά των οικισμών υπάρχει ευθύγραμμος δρόμος που ορίζει η ευθεία $\delta: x + y - 1 = 0$.

- α) Να βρείτε σε ποια θέση του δρόμου δ :
- ο οικισμός A έχει τη μικρότερη απόσταση από αυτόν. (8)
 - υπάρχει το Κέντρο Υγείας της περιοχής, αν είναι γνωστό ότι ισαπέχει από τους δύο οικισμούς. (7)
- β) Να βρείτε τη θέση Γ ενός αυτοκινήτου πάνω στο δρόμο δ , αν είναι γνωστό ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίσο με 8. (10)

✓ Θέμα 124

● D15681

Δίνονται τα σημεία $O(0,0)$, $A(\alpha,0)$, $B\left(\frac{\alpha}{2}, \beta\right)$ και $M\left(\frac{\alpha}{2}, 0\right)$, όπου α, β σταθεροί θετικοί πραγματικοί αριθμοί.