

2

Η Ευθεία στο Επίπεδο

2.1 Εξίσωση Ευθείας

❖ Θέματα Β ❖

✓ Θέμα 63

● B15027

Δίνονται τα σημεία $A(1, -1)$ και $B(3, 5)$.

- α) Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας AB . (7)
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB . (8)
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος AB . (10)

✓ Θέμα 64

● B15044

Δίνονται τα σημεία $A(0, 5)$ και $B(6, -1)$.

- α)
 - i. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B . (5)
 - ii. Να αποδείξετε ότι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB είναι το σημείο $M(3, 2)$. (5)
- β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος AB . (15)

✓ Θέμα 65

● B15271

Δίνονται τα σημεία $A(-3, 2)$, $B(1, 6)$ και $\Gamma(-13, -7)$.

α) Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B . (8)

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία AB έχει εξίσωση $y = x + 5$. (7)

γ) Να αιτιολογήσετε γιατί το σημείο Γ δεν βρίσκεται πάνω στην ευθεία AB . (10)

✓ Θέμα 66

● B15986

Δίνονται τα σημεία $A(1, 1)$ και $B(2, 3)$.

α) i. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B . (6)

ii. Να αποδείξετε ότι η ευθεία AB έχει εξίσωση $y = 2x - 1$. (6)

β) Να εξετάσετε αν το σημείο $\Gamma(2^{100}, 5)$ ανήκει στην ευθεία AB . (13)

✓ Θέμα 67

● B16002

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $A(3, -2)$ και $\Gamma(5, 2)$. Αν το σημείο $M\left(3, \frac{1}{2}\right)$ είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι το σημείο B έχει συντεταγμένες $(1, -1)$. (9)

β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$. (6)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AG . (10)

✓ Θέμα 68

● B16774

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(2, 5)$, $B(3, 6)$ και $\Gamma(-1, -2)$.

α) Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας $B\Gamma$. (7)

β) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους που άγεται από την κορυφή A . (9)

γ) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η ευθεία AB με τον άξονα x' . (9)

✓ Θέμα 69

● B18236

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $A(-1, 5)$ και $B(2, 1)$. Αν οι πλευρές AG και $B\Gamma$ βρίσκονται πάνω στις ευθείες

$$\varepsilon_1: y = -x + 4 \quad \text{και} \quad \varepsilon_2: y = -\frac{1}{2}x + 2$$

αντίστοιχα, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι το σημείο Γ έχει συντεταγμένες $(0, 4)$. (12)

- β) i. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας AG . (6)
- ii. Να βρείτε την εξίσωση του ύψους που άγεται από την κορυφή B . (7)

✓ Θέμα 70

● B18351

Δίνονται τα σημεία $A(-1, 5)$ και $B(3, 3)$.

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB . (8)
- β) Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας AB . (8)
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος AB . (9)

✓ Θέμα 71

● B20868

Δίνονται τα σημεία $A(1, 1)$, $B(3, 2)$ και Γ μιας ευθείας ε .

- α) Να βρείτε την κλίση της ευθείας ε . (10)
- β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία ε έχει εξίσωση $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$. (5)
- γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ στο οποίο η ευθεία ε τέμνει τον άξονα $x'x$. (10)

✓ Θέμα 72

● B16766

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: x - 3y = 4$ και $\varepsilon_2: 9x + 3y = 6$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$. (8)
- β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται στο σημείο $A(1, -1)$. (8)
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στον άξονα $x'x$. (9)

✓ Θέμα 73

● B21162

Δίνονται τα σημεία $A(3, 2)$ και $B(-1, -6)$.

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB . (8)
- β) Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B . (8)
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος AB . (9)

✓ Θέμα 74

● B21965

Δίνονται τα σημεία $A(2, -4)$ και $B(0, -2)$.

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB . (7)

β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου ζ του ευθύγραμμου τμήματος AB . (8)

γ) Αν $\zeta: y = x - 4$ και $\varepsilon: y = 2x - 6$, να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών ζ και ε . (10)

✓ Θέμα 75

● B22047

Δίνεται τετράγωνο $A_1A_2A_3A_4$ και έστω $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \in \mathbb{R}^*$ οι κλίσεις των ευθειών A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 και A_4A_1 αντίστοιχα.

α) Να βρείτε όλα τα ζεύγη των παράλληλων πλευρών του τετραγώνου. Ποια σχέση συνδέει τις κλίσεις των ανά δύο παράλληλων ευθειών; (15)

β) Να αποδείξετε ότι $\frac{\lambda_1}{\lambda_3} + \frac{\lambda_2}{\lambda_4} = 2$. (10)

✓ Θέμα 76

● B22049

Δίνεται τετράγωνο $A_1A_2A_3A_4$ και έστω $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \in \mathbb{R}^*$ οι κλίσεις των ευθειών A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 και A_4A_1 αντίστοιχα.

α) Να βρείτε όλα τα ζεύγη των κάθετων πλευρών του τετραγώνου. Ποια σχέση συνδέει τις κλίσεις των ανά δύο κάθετων ευθειών; (15)

β) Να αποδείξετε ότι $\lambda_1 \cdot \lambda_2 + \lambda_2 \cdot \lambda_3 + \lambda_3 \cdot \lambda_4 + \lambda_4 \cdot \lambda_1 = -4$. (10)

✓ Θέμα 77

● B22173

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma O$ με κορυφές τα σημεία $A(0, 4), B(4, 4), \Gamma(4, 0)$ και $O(0, 0)$. Στη διαγώνιο $A\Gamma$ παίρνουμε σημείο Z τέτοιο, ώστε $\overrightarrow{AZ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{A\Gamma}$ και έστω Δ το μέσο της πλευράς $B\Gamma$.

α) Να βρείτε:

i. τις συντεταγμένες του σημείου Δ . (7)

ii. τις συντεταγμένες του σημείου Z . (9)

β) Αν $\Delta(4, 2)$ και $Z(3, 1)$, να αποδείξετε ότι η ευθεία ΔZ είναι κάθετη στην ευθεία $A\Gamma$. (9)



Θέματα Δ



✓ Θέμα 78

● D14978

Δίνονται τα σημεία $A(1, 1)$ και $B(3, 3)$.

α) Να βρείτε τις αποστάσεις d_1, d_2 του τυχαίου σημείου $M(x, y)$ από τα σημεία A, B αντίστοιχα. (6)

β) Να γράψετε τη σχέση που πρέπει να πληρούν οι αποστάσεις d_1 και d_2 , ώστε το σημείο M να ανήκει στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος AB . (4)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος AB . (8)

δ) Να βρείτε σημείο Σ τέτοιο, ώστε το τρίγωνο ΣAB να είναι ισόπλευρο. (7)

✓ Θέμα 79

● D15029

Δίνονται τα σημεία $O(0,0)$, $A(1, \sqrt{3})$ και $B(\sqrt{3}+1, \sqrt{3}-1)$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας OA , καθώς και τη γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$. (6)

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB , καθώς και τη γωνία φ που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$. (6)

γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο και ισοσκελές, με $\hat{A} = 90^\circ$. (7)

δ) Να αποδείξετε ότι $\epsilon\varphi 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$. (6)

✓ Θέμα 80

● D15275

Θεωρούμε το σημείο $M(2,1)$ και έστω $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) i. Να βρείτε την εξίσωση των ευθειών ϵ που διέρχονται από το σημείο M και έχουν συντελεστή διεύθυνσης λ . (2)

ii. Για ποιες τιμές του λ οι ευθείες ϵ σχηματίζουν τρίγωνο με τους άξονες; (5)

β) Έστω ότι οι ευθείες ϵ τέμνουν τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία A, B αντίστοιχα.

i. Να βρείτε τα μήκη των τμημάτων OA και OB συναρτήσει του λ . (6)

ii. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες οι ευθείες ϵ σχηματίζουν ισοσκελές τρίγωνο με τους άξονες. (6)

iii. Να βρείτε το εμβαδόν του ισοσκελούς τριγώνου που σχηματίζεται σε κάθε περίπτωση. (6)

✓ Θέμα 81

● D15475

Σε ένα σύστημα συντεταγμένων τα σημεία $A(2,1)$ και $B(4,3)$ παριστάνουν τη θέση δύο εργοστασίων που βρίσκονται κοντά σε μια ακτή στην οποία πρόκειται να κατασκευαστεί μία αποβάθρα που θα εξυπηρετεί τα δύο εργοστάσια.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που συνδέει τα δύο εργοστάσια. (8)

β) Αν η ακτή είναι ευθύγραμμη με εξίσωση $\epsilon: y = 2x - 7$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου N της ακτής στο οποίο πρέπει να τοποθετηθεί η αποβάθρα, ώστε να ισαπέχει από τα δύο εργοστάσια. (10)

γ) Αν $N(4,1)$, να βρείτε πόσο απέχει το κάθε εργοστάσιο από το σημείο αυτό. (7)