

1. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f έχει εφαπτομένη στο x_0 την ευθεία $y = ax + \beta$, με $a \neq 0$, όταν

Α. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = a \in \mathbb{R}$ Β. η f είναι συνεχής στο x_0 Γ. η f δεν είναι συνεχής στο x_0

Δ. το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ είναι $+\infty$ Ε. το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ είναι $-\infty$

2. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f δέχεται οριζόντια εφαπτομένη στο $A(x_0, f(x_0))$, όταν

Α. η f είναι συνεχής στο x_0 Β. το x_0 είναι άκρο του πεδίου ορισμού της f

Γ. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \neq 0$ Δ. είναι $f'(x_0) = 0$ Ε. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$ ή $-\infty$

3. Αν $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 2$, τότε

Α. η f δεν ορίζεται στο $x_0 = 0$ Β. $f'(0) = 2$ Γ. $f'(2) = 0$

Δ. η f δεν είναι συνεχής στο $x_0 = 0$ Ε. δεν ισχύει κανένα από τα παραπάνω

4. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = -x^3 + 5$ στο σημείο $A(1, 4)$ είναι

Α. 5 Β. -5 Γ. -3 Δ. 3 Ε. 2

5. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε

Α. το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ Β. το $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ δεν υπάρχει Γ. το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ είναι $+\infty$ ή $-\infty$

Δ. τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ και $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ είναι άνισα Ε. το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ είναι $+\infty$ ή $-\infty$

6. Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$, $x \in [0, +\infty)$ είναι παραγωγίσιμη

Α. στο πεδίο ορισμού της Β. στο $x_0 = 0$ Γ. στο $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

Δ. στο $(0, +\infty)$ Ε. σε κανένα σημείο του πεδίου ορισμού της

7. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 με $f'(x_0) = 0$, τότε η γραφική της παράσταση στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ δέχεται

Α. κατακόρυφη εφαπτομένη Β. καμία εφαπτομένη Γ. οριζόντια εφαπτομένη

Δ. εφαπτομένη της μορφής $y = ax + \beta$, $a \neq 0$ Ε. εφαπτομένη με συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 1$

8. Η γραφική παράσταση C_f μιας συνάρτησης f είναι αυτή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τότε **λάθος** είναι ότι

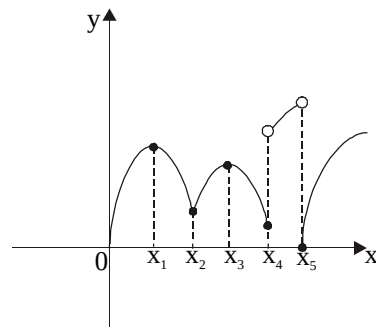
Α. η f είναι παραγωγίσιμη στο x_1

Β. η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_2

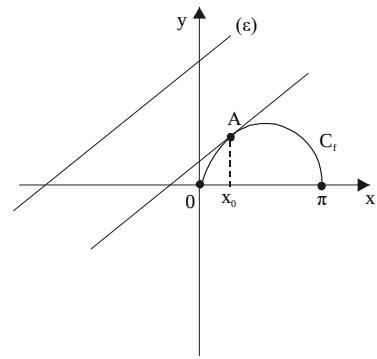
Γ. η C_f δέχεται εφαπτομένη στο x_3

Δ. η f είναι παραγωγίσιμη στο x_4

Ε. η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_5

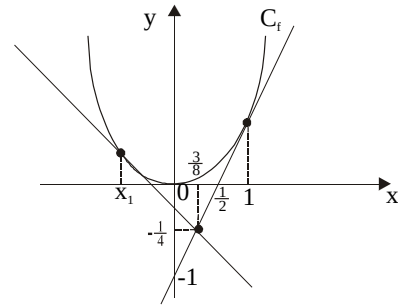


9. Η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu x$, $x \in [0, \pi]$ και της ευθείας (ε) με συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = \frac{1}{2}$, φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το σημείο $A(x_0, f(x_0))$ στο οποίο η εφαπτομένη της C_f είναι παράλληλη στην ευθεία (ε) έχει τετμημένη



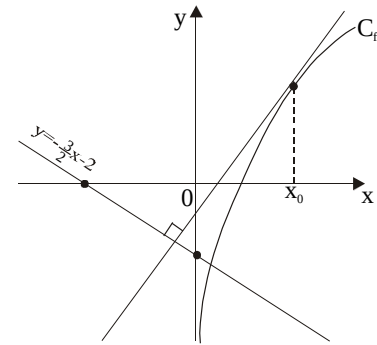
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ Γ. $\frac{\pi}{3}$ Δ. $\frac{\pi}{2}$ Ε. $\frac{3\pi}{4}$

10. Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2$ και οι εφαπτομένες στα σημεία της με τετμημένες 1 και x_1 . Αν οι εφαπτομένες αυτές είναι κάθετες, τότε το x_1 είναι



- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{4}$ Γ. $-\frac{1}{3}$
Δ. $-\frac{3}{2}$ Ε. -1

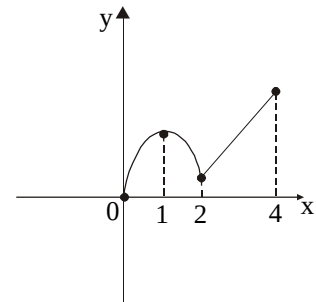
11. Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \ln x$ στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ είναι κάθετη στην ευθεία $y = -\frac{3}{2}x - 2$.



Το x_0 είναι

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ Γ. 2 Δ. $\frac{5}{2}$ Ε. 3

12. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η εξίσωση $f'(x) = 0$ έχει λύση την



- A. $x = 0$ B. $x = 1$
Γ. $x = 2$ Δ. $x = 4$
Ε. καμία από τις παραπάνω

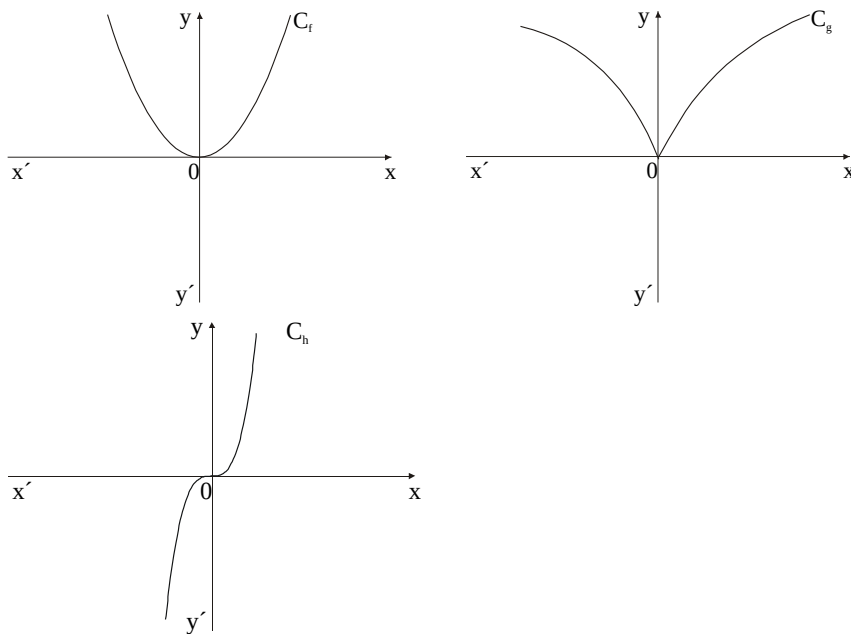
13. Οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο $\mathbb{R}$ και ισχύει $f'(x_0) = g'(x_0)$ για κάποιο $x_0 \in \mathbb{R}$. Τότε

- A. $f(x_0) = g(x_0)$ B. $x_0 \neq 0$
Γ. οι εφαπτομένες των C_f, C_g στα $(x_0, f(x_0))$ και $(x_0, g(x_0))$ αντίστοιχα, είναι παράλληλες
Δ. $f''(x_0) = g''(x_0)$ Ε. $f'(x) = g'(x)$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

14. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και ισχύει $f'(x_0) = 2$. Η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη της C_f στο $(x_0, f(x_0))$ με τον άξονα $x'x$ είναι περίπου

- A. -64° B. $27,3^\circ$ Γ. $63,4^\circ$ Δ. 89° Ε. $106,4^\circ$

15. Δίνονται οι συναρτήσεις f, g, h των οποίων οι γραφικές παραστάσεις φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.



Στο σημείο $x_0 = 0$ **δεν** είναι παραγωγίσιμη η συνάρτηση

- A. f B. g Γ. h Δ. όλες Ε. καμία

16. Για τη συνεχή συνάρτηση f στο $\mathbb{R}$, ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$. Από τις παρακάτω προτάσεις **δεν είναι**

σωστή η

- A. Η C_f έχει κατακόρυφη εφαπτομένη στο $(x_0, f(x_0))$ την ευθεία $x = x_0$

- B. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = +\infty$ Γ. Η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0

- Δ. Δεν ορίζεται η $f'(x_0)$ Ε. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

17. Ο τύπος $(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0)) g'(x_0)$ ισχύει, όταν

- A. οι f και g είναι παραγωγίσιμες στο x_0

- B. η g είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και η f παραγωγίσιμη στο $g(x_0)$

- Γ. η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και η g παραγωγίσιμη στο $f(x_0)$

- Δ. οι f και g είναι παραγωγίσιμες στο $g(x_0)$ Ε. οι f και g είναι συνεχείς στο $g(x_0)$

18. * Από τις παρακάτω συναρτήσεις έχει παράγωγο την συνάρτηση $f(x) = -3\eta\mu 3x$ η

- A. $g(x) = \sigma\upsilon\nu^3 x$ B. $h(x) = \sigma\upsilon\nu x^3$

- Γ. $\varphi(x) = 3\sigma\upsilon\nu x$ Δ. $s(x) = \sigma\upsilon\nu 3x$ Ε. $\sigma(x) = \sigma\upsilon\nu \frac{x}{3}$

19. Από τις παρακάτω συναρτήσεις έχει παράγωγο την συνάρτηση $f(x) = \alpha^x \ln \alpha$, $\alpha > 0$, $x \in \mathbb{R}$, η

- A. x^α B. $\log_\alpha x$ Γ. $e^{a \ln x}$ Δ. $\log x^\alpha$ Ε. α^x

20. Για τις παραγωγίσιμες συναρτήσεις f, g στο διάστημα $[0, \pi]$ ισχύει $g(x) = f(\eta\mu x)$. Η τιμή $g'(\frac{\pi}{2})$ είναι ίση με

- A. 1 B. $f'(1)$ Γ. 0 Δ. $f'(\frac{\pi}{2})$ Ε. $\frac{\pi}{2} f'(\frac{\pi}{2})$

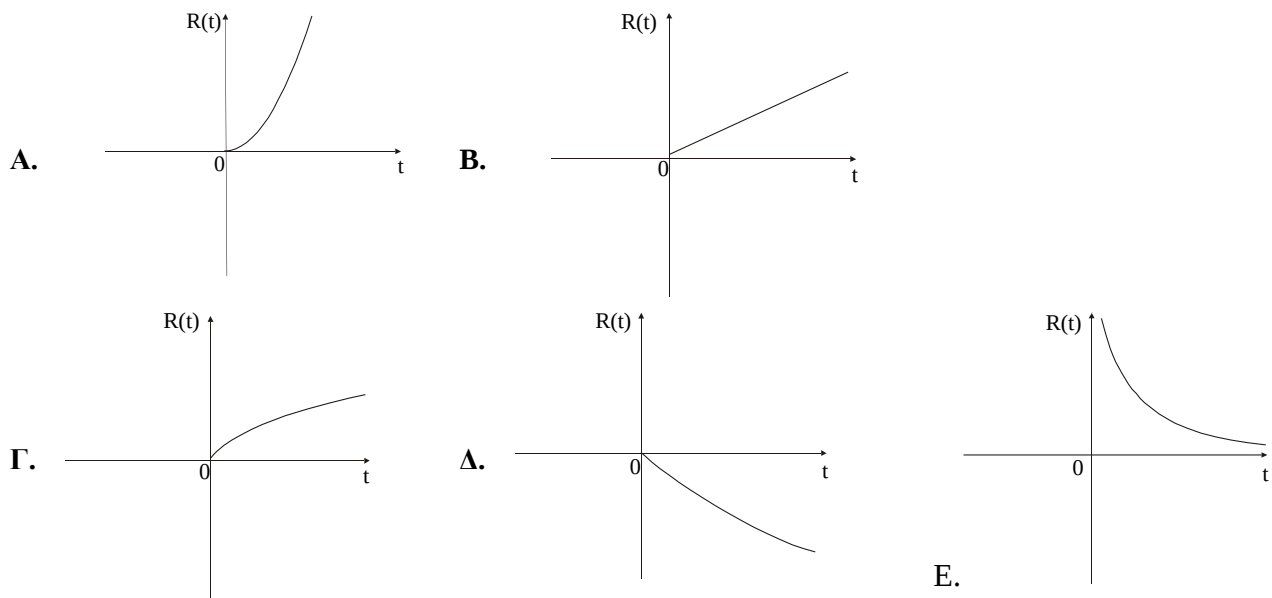
21. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 4x^3 + 5x^2 + 6x - 1$. Η 5η παράγωγος της f είναι

- A. -1 B. 4 Γ. x Δ. 0 Ε. 24

22. Αν $f(x) = e^{2x}$, τότε η $f^{(v)}(x)$ θα ισούται με

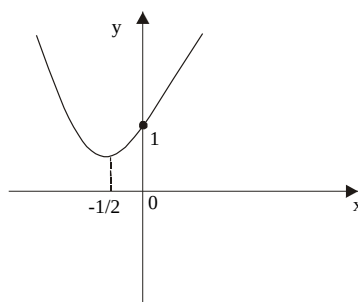
- A. e^{2x} B. e^{vx} Γ. $(e^{2x})^v$ Δ. $2^v e^{2x}$ Ε. ve^{2x}

23. Ένα σφαιρικό μπαλόνι φουσκώνει με σταθερή παροχή αέρα. Τότε η ακτίνα του R συναρτήσει του χρόνου μπορεί να δίνεται από τη γραφική παράσταση



24. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραγωγίσιμης συνάρτησης

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & x \leq 0 \\ x + 1, & x > 0 \end{cases}.$$



Η εφαπτομένη της στο σημείο (0, 1) είναι η ευθεία

- A.** $y = -x + 1$ **B.** $y = x + 1$ **Γ.** $y = 1$ **Δ.** $x = 0$ **E.** καμία από τις παραπάνω

25. Οι συναρτήσεις f, g είναι δυο φορές παραγωγίσιμες στο κοινό πεδίο ορισμού τους $\mathbb{R}$. Για να έχουν κοινή εφαπτομένη στο $A(1, 2)$, από τις παρακάτω συνθήκες:

- I.** $f'(1) = g'(1)$ **II.** $f(1) = g(1)$ **III.** f, g συνεχείς στο $x_0 = 1$ **IV.** $f''(1) = g''(1)$

απαραίτητες είναι

- A.** μόνο η I **B.** μόνο η II **Γ.** οι I και II **Δ.** οι II και IV **E.** Όλες