**ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ**

Η διαδικασία ανάλυσης ενός πολυωνύμου σε γινόμενο άλλων πολυωνύμων λέγεται **παραγοντοποίηση**.

**1. ΚΟΙΝΟΣ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΣ**

Αν όλοι οι όροι ενός πολυωνύμου έχουν κοινό παράγοντα ,το πολυώνυμο παραγοντοποιείται αν βγάλουμε τους κοινούς παράγοντες εκτός παρενθέσεως.

**Παραδείγματα:**

1. 3α2+3αβ–3αγ=3α(α+β+γ)
2. α(x–ψ)–(ψ–x)=α(x–ψ)+(x −ψ)= (x–ψ)(α+1)
3. 10α3β2ψ – 15α2β3ψ – 20α4β4ψ3x=5α2β2ψ(2α−3β−4α2β2ψ2x)
4. (2x+α)3 – α(2x+α) – (2x+α) 2=(2x +α)[(2x +α)2−α−(2x +α)]

**2.ΟΜΑΔΟΠΟΙHΣΗ**

 Αν το πολυώνυμο έχει άρτιο πλήθος όρων τότε χωρίζουμε τους όρους του πολυωνύμου σε ομάδες ώστε σε κάθε ομάδα να υπάρχει κοινός παράγοντας. Οπότε βγάζοντας κοινό παράγοντα από κάθε ομάδα να παρουσιάζεται το ίδιο πολυώνυμο μέσα στην κάθε παρένθεση για όλες τις ομάδες.
 Το πολυώνυμο τότε παραγοντοποιείται έχοντας σαν ένα κοινό παράγοντα το κοινό πολυώνυμο που εμφανίζεται μέσα στην παρένθεση κάθε ομάδας.

**Παραδείγματα:**

1. αx+αψ+βx+βψ=α(x+ψ)+β(x+ψ) =(x+ψ)(α+β)

1. 5x3ψ – 2x2ψ2+15αx – 6αψ=x2ψ(5x – 2ψ)+3α(5x – 2ψ) =(5x – 2ψ)(x2ψ+3α)
2. 3α3 – 6α2+5α – 10=3α2(α−2)+5(α−2)=(α−2)(3α2+5)
3. 2αx2 – 3αx – 14x+21=αx(2x−3)−7(2x−3)=(2x−3)(αx−7)
4. 6αx2 – 15xψα+4xβ – 10ψβ=3αx(2x−5ψ)+2β(2x−5ψ)= (2x−5ψ)(3αx+2β)
5. 2(2x – 3)+12α – 8αx=2(2x – 3)−4α(2x – 3)=2(2x – 3)(1−2α)

**3.ΔΙΑΦΟΡΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ**

 Αν το πολυώνυμο έχει ή μπορεί να πάρει τη μορφή **α2 – β2**

τότε χρησιμοποιούμε την ταυτότητα: **α2–β2=(α – β)(α+β)**

**Παραδείγματα:**

1. x2 – 1=x2 – 12=(x – 1)(x+1)
2. 4x2 – 9ψ2=(2x)2 – (3ψ)2= (2x – 3ψ)(2x+3ψ)
3. 25α2x4 –9β2=(5αx2)2 –(3β)2=(5αx2–3β)(5αx2+3β)
4. x3−x=x(x2−1)=x(x−1)(x+1)
5. 2x3−18xy2=2x(x2−9y2)=2x(x−3y)(x+3y)
6. x3−x2−x+1=x2(x−1)−(x−1)=(x−1)(x2−1)=(x−1)(x−1)(x+1)
7. x4−y4=(x2)2−(y2)2=(x2−y2)( x2+y2)= (x−y)(x+y)(x2+y2)
8. x5−x3=x3(x2−1)= x3(x−1)(x+1)
9. (x+2y)2−9=(x+2y)2−32=[(x+2y)−3] [(x+2y)+3]= (x+2y−3)(x+2y+3)
10. (x+3y)2−(x+y)2 = [(x+3y) −(x+y)]⋅[(x+3y)+(x+y)]=(x+3y−x−y)(x+3y+x+y)=

 =2y(2x+4y)=4y(x+2y)

**4.ΑΝΑΠΤΥΓΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ**

 Αν το πολυώνυμο έχει ή μπορεί να πάρει την μορφή: **α2±2αβ+β2** το παραγοντοποιούμε αν κάνουμε χρήση της ταυτότητας: **α2±2αβ+β2=(α±β)2**

**Παραδείγματα:**

1. x2+10x+25=x2+25x+52= (x+5)2
2. α4+9β2 – 6α2β =(α2)2 – 2α3β+(3β)2=(α2–3β)2.
3. 3x2−12x+12=3(x2−4x+4)= 3(x2−2⋅x⋅2+22)=3(x−2)2
4. x3−6x2+9x=x(x2−6x+9)=x(x−3)2
5. x6 – 10x3+25=(x3)2−2⋅x3⋅5+52=(x3−5)2
6. 4x2 +49ψ2– 28xψ=4x2 – 28xψ +49ψ2=(2x)2−2⋅2x⋅7y+(7y)2=(2x−7y)2
7. (x+3)2 – 6(x+3)+9=(x+3)2 – 2⋅3⋅(x+3)+32 =[(x+3)−3]2=(x+3−3)2=x2

**ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

1. x2 – ψ2+2xω – ω2 = x2 – (ψ2−2xω + ω2) =x2−(y−ω)2=(x−y+ω)(x+y−ω)
2. α4+2α3+α2 – β2=(α2+α)2−β2=(α2+α−β)(α2+α+β)
3. (5 – 3x)(x+4)+(3x – 5)(2x – 3)+9x2 – 25=

=−(3x−5)(x+4)+(3x–5)(2x–3)+(3x–5)( 3x+5)

=(3x−5)[−(x+4)+(2x−3)+(3x+5)]=

=(3x−5)(−x−4+2x−3+3x+5)=(3x+5)(4x−2)=2(3x+5)(2x−1)

1. x3 – 9x+6xy – 18y =x(x2−9)+6y(x−3)=x(x−3)(x+3)+6y(x−3)
=(x−3)(x2+3x+6y)
2. x4+ψ4 – 11x2ψ2=x4+y4−2x2y2−9x2y2=(x2−y2)2−(3xy)2=(x2−y2−3xy)( x2−y2+3xy)

**ΑΛΥΤΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**AΣΚΗΣΕΙΣ 1**

 **Α.** Να παραγοντοποιήσετε τα παρακάτω πολυώνυμα:

**1.** 6x2+3x

**2.** 12x2ψ+6xψ2

1. 8x2 – 24x3
2. 4x3+10x2 – 2x
3. 8x2 – 4x – 12x3
4. 12αβ3+27α3β
5. 3α2 +3αβ – 3αψ
6. 2x3  – 6x2ψ2+4xψ2
7. 12xψ2+9x2ψ2 – 3x3ψ
8. 15α3β3ψ – α2β3ψ – 20α4β4ψ3x

 **Β.** Να παραγοντοποιήσετε τα παρακάτω πολυώνυμα:

1. α(x+ψ) – β(x+ψ)
2. α(x2+2)+β(x2+2)
3. (2x+ψ) – α(2x+ψ) – (2x+ψ) 2
4. α(x – ψ) – β(x – ψ)
5. (x+ψ) 3 – (x+ψ) 2

**Γ.** Να παραγοντοποιήσετε τα παρακάτω πολυώνυμα:

1. α(x – ψ) – (ψ – x)
2. x(2α – β)+ψ(β – 2α)
3. (α+β)(x – 3ψ) – 2α(x –3ψ)
4. α(x – 1) – x+1
5. α2(x – 1)(α+β)+α2(1 – x)
6. 3x2(2 – α) – 3x(α – 2)
7. 5(x – 3) – 2x+6
8. 3(x – 4) – x+4
9. α3(β – 5) – 7α2(5 – β)

 **AΣΚΗΣΕΙΣ 2**

**Α.** Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

1. αx+αψ+3x+3ψ
2. 5x+2ψ+5ψ+2x
3. 12x – 4ψ+4x – 12ψ
4. x3 – x2+x – 1
5. x3 – x – 2+2x
6. 2x4 – 2x3+3x – 3
7. 6x2+xψ+18xα+3ψα
8. 8xψ3 – 24ψ2 – 7αxψ+21α
9. 3x3ψ – 5x2ψ+3xψ – 5ψ
10. 2x3 – 5+10x – x2

**Β**. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

1. 2αx2 – 3αx – 10x+15
2. α2β2x2 – α2x – β2x+1
3. 6αx2 – 15xψα+2xβ – 5ψβ
4. 12ψ+20x2ψ –15xψ – 16xψ2
5. 1+x2+x3γ+xγ
6. x3 – xψ+x2ψ2 – ψ3
7. 12α3β3 – 12α2β2 – 16β5+9α5
8. α3 – 3α2β+3αβ2 – β3
9. 2αx+3βx – 2αψ – 3βψ+4αω+6βω
10. 3x – 5βψ+αψ – 5βx+αx+3ψ
11. x2ψ – x2 – xψ+x+ψ – 1

 **ΑΣΚΗΣΕΙΣ 3**

**Α**. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

**1.** 

**2.** 

**3.** 

**4.** 

 **5.** 2x2 – 8

**6.** α2β2 – γ2

**7.** 75x2 – 48ψ2

**8.** 

**9.** 4α4 – 9β2

**Β.** Ομοίως.

1. (x – ψ) 2 – 1
2. (x2 – 1)2 – 9
3. (α+2β)2 – 16
4. (α–2β)2–4β2
5. 4x2 – (ψ+ω)2
6. (α2 – 12)2 – 4
7. (x2 – 4)2 – 25
8. (α+β)2 – (α – β)2
9. (2α – 1)2 – (2α+1)2
10. (4x+2ψ) 2 – (2x – 3ψ) 2
11. (5α2+2α – 3)2 – (α2 – 2α – 3)2
12. (4x2+2x – 1)2 – (2x2 – 2x +1)2
13. x4 – ψ4
14. 3x3 – 3x
15. 3α3β – 27αβ3
16. 
17. α6 – α4
18. 
19. 

 **ΑΣΚΗΣΕΙΣ 4**

**Α**. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

1. 9x2+4 – 12x
2. 
3. 9x2+4ψ – 12xψ
4. 25x2ψ2 – 20xψ+4
5. 16x2 – 56xψ+49ψ2
6. 4x2 – 28xψ+49ψ2
7. 
8. 
9. x4 – 12x2+36
10. 4x4+x2 – 4x3
11. 25x2 – 20x3+4x4
12. 2x4+18 – 6x2
13. ψ6 – 10ψ3+25
14. 
15. 
16. (x+3)2 – 6(x+3)+9
17. (x+1)2 – 2(x+1)(ψ – 1)+(ψ – 1)2

**ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Α**. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

1. (4x+2ψ)2 – (2x – 3ψ) 2
2. (α2 – 9) 2 – (α+3) 2
3. (α2+1) 2 – 4α2
4. 9x2 – (2x+1) 2
5. 9(2x+1) 2 – (4x – 1)2
6. (α2+β2 – γ2) 2 – 4α2β2
7. (x2+3x – 1) 2 – 1
8. 5(4 – x2) – (x – 2) 2

**Β.** Ομοίως:

1. α2+2αβ+β2 – γ2
2. ψ2+2x2 – x2 – 1
3. 2αβ+1 – α2 – β2
4. α2 – 2αβ+β2 – α+β
5. 4α2 –12αβ+9β2 – 4

**Γ**. Να παραγοντοποιηθούν οι παρακάτω παραστάσεις

1. x3+2x2+x
2. α2x – α2ψ+ψ – x
3. αx2 – αψ2+βx2 – βψ2
4. α5 – 1+α4 – α
5. x2ψ2 – 9ψ2 – x2+9
6. x4+x3 – x2 – x

**Δ.** Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

1. 
2. 
3. 
4. (x – 5)2+x2 – 25+(x – 5)(2x+1)
5. (3x – 2)2 – 8(3x – 2)(x – 1)+9x2 – 4
6. β2x2+β2ψ2 – 2β2xψ – (x – ψ) 2
7. 
8. (x – ψ) – (α+ β)2(x – ψ)
9. (x – 2ψ)(α – β) – (α+β)(2ψ – x)
10. ψ(x – 3) – 2ψx+6ψ
11. x(ψ2+α2 – x2)+ψ(α2+x2 – ψ2)
12. (x–ψ)(α+2)–(ψ–x)(β+3)+(x–ψ)(3–γ)
13. (α+β) 2 – (γ+δ) 2+(α+γ) 2 – (β+δ) 2
14. 8α4β5+12αβ9+4α7β
15. 