1 ΟΥΡΑΝΙΑ ΣΦΑΙΡΑ

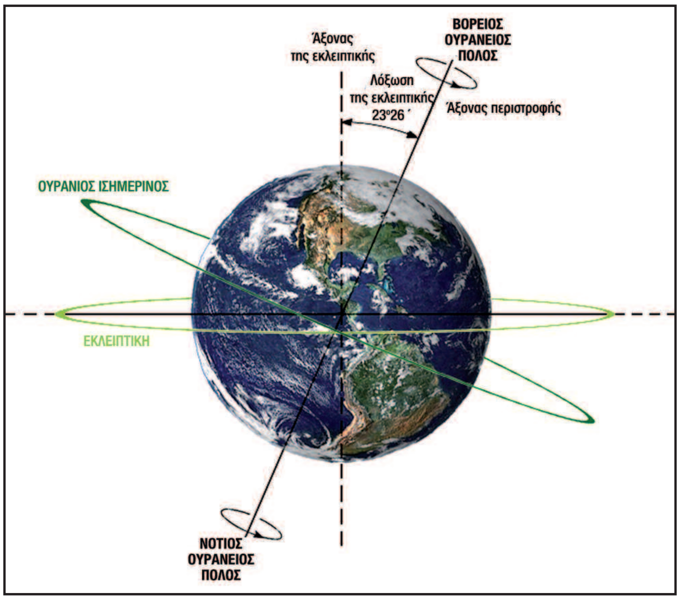
Ἀρίσταρχος δὲ ὁ Σάμιος... ὑποτίθεται γάρ τὰ μὲν ἀπλανέα τῶν ἄστρων καί τὸν ἅλιον μένειν ἀκίνητον, τὰν δέ γᾶν περιφέρεσθαι περὶ τόν ἅλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν, ὅς ἐστιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος.
Ἀρχιμήδης *(287-212π.Χ.)*

1.1. Γενικά

Οι αστέρες βρίσκονται, σε σχέση με την ακτίνα της Γης, σε μεγάλες αποστάσεις και έτσι, όταν τους παρατηρούμε, φαίνονται ότι βρίσκονται τοποθετημένοι στην εσωτερική επιφάνεια μιας σφαίρας. Η σφαίρα αυτή ονομάζεται **ουράνια σφαίρα** (celestial sphere) και έχει για κέντρο της τον εκάστοτε παρατηρητή και αυθαίρετη αλλά σταθερή ακτίνα. Ο άξονας περιστροφής της Γης τέμνει την ουράνια σφαίρα σε δύο σημεία Π και Π΄, που ονομάζονται **βόρειος** (ουράνιος) **πόλος** και **νότιος πόλος** (north and south celestial poles) αντίστοιχα (Σχήμα 1-1 και 1-4). Ο **μέγιστος κύκλος** (great circle) της ουράνιας σφαίρας που είναι κάθετος στον άξονα ΠΠ΄ ονομάζεται **ουράνιος ισημερινός** (celestial equator) και το επίπεδό του συμπίπτει με το επίπεδο του γήινου ισημερινού.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο μέγιστος κύκλος είναι **γεωδαιτικός κύκλος** (geodetic circle). Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο σημείων στην επιφάνεια μιας σφαίρας είναι πάντοτε τμήμα ενός γεωδαιτικού κύκλου (ανάλογη προς μία ευθεία σε μια επίπεδη επιφάνεια).

Κάθε κύκλος που διέρχεται από τους πόλους λέγεται **μεσημβρινός** (meridian). Ο μεσημβρινός που διέρχεται από έναν αστέρα λέγεται **ωριαίος** (hour circle) του αστέρα και είναι, φυσικά, κάθετος στον ισημερινό. Κάθε κύκλος παράλληλος προς τον ισημερινό λέγεται **κύκλος απόκλισης** (declination circle)**.** Οι ημερήσιες τροχιές των αστέρων είναι κύκλοι απόκλισης.



Σχήμα 1-1. *Η περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της και η περιστροφή της γύρο από τον Ήλιο πάνω στο επίπεδο της εκλειπτικής.*

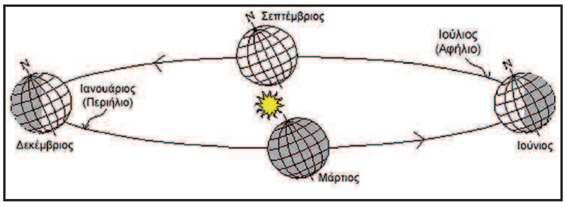
Σε κάθε τόπο η κατακόρυφος διεύθυνση, όπως αυτή ορίζεται από το νήμα της στάθμης, τέμνει την ουράνια σφαίρα στα σημεία $Z_ν$ και N , που ονομάζονται **Ζενίθ** (Zenith) και **Ναδίρ** (Nadir) αντίστοιχα (Σχήμα 1-3). Ο μέγιστος κύκλος της ουράνιας σφαίρας, που είναι κάθετος προς τη διεύθυνση $Z_ν N_δ$ ονομάζεται **ουράνιος ορίζοντας** (celestial horizon) ή απλώς **ορίζοντας** και, σε γενικές γραμμές, συμπίπτει με το επίπεδο που χωρίζει τον ουρανό από τη γη σε ένα τόπο. Κάθε κύκλος που διέρχεται από τα $Z_ν$ και $N_δ$ ονομάζεται **κατακόρυφος κύκλος** (vertical circle). Ο κατακόρυφος κύκλος που περνά από ένα αστέρα λέγεται **κατακόρυφος κύκλος του αστέρα** (vertical circle of the star), ενώ ο κατακόρυφος κύκλος που διέρχεται και από τους πόλους Π και Π΄ λέγεται (ουράνιος) **μεσημβρινός του τόπου** (local meridian). Κάθε μικρός κύκλος παράλληλος προς τον ορίζοντα λέγεται **κύκλος ύψους** (altitude circle).

Ο μεσημβρινός ενός τόπου τέμνει τον ορίζοντα σε δύο σημεία Β και Ν, που λέγονται **Βορράς** (North) και **Νότος** (South) αντίστοιχα (Σχήμα 1-3). Το κατακόρυφο επίπεδο, που είναι κάθετο στο μεσημβρινό του τόπου ονομάζεται **πρώτος κάθετος** (prime vertical) του τόπου και τέμνει τον ορίζοντα στα σημεία Α και Δ, που λέγονται **Ανατολή** (East) και **Δύση** (West) αντίστοιχα. Η γραμμή ΒΝ λέγεται **μεσημβρινή γραμμή** (meridian line), ενώ η γραμμή ΑΔ λέγεται **άξονας του μεσημβρινού** (meridian axis). Το τόξο ΒΠ είναι ίσο με το γεωγραφικό πλάτος του τόπου και λέγεται **έξαρμα του βόρειου πόλου** (altitude of the north pole).

Κάθε αστέρας, καθώς διαγράφει την **ημερήσια τροχιά** του (diurnal motion) πάνω στον κύκλο απόκλισής του, περνά από το σημείο α της τροχιάς του, (Σχήμα 1-6), οπότε ανεβαίνει πάνω από τον ορίζοντα και επομένως **ανατέλλει** (rises). Στη συνέχεια περνά από το σημείο $Σ_1$, οπότε διέρχεται από το μεσημβρινό και επομένως **μεσουρανεί άνω** (upper culmination). Ακολούθως περνά από το σημείο δ και επομένως **δύει** (sets) και τέλος από το σημείο $Σ_2$, οπότε **μεσουρανεί κάτω** (lower culmination).

Η **ετήσια τροχιά** (annual orbit) της Γης γύρω από τον Ήλιο είναι **έλλειψη** (ellipse) και ο Ήλιος κατέχει μία **εστία** της (focus – Σχήμα 1-2). Η κίνηση της Γης πάνω σ' αυτή γίνεται – όπως φαίνεται από το βόρειο πόλο – κατά την **ορθή φορά** (αντίθετη της φοράς περιστροφής των δεικτών ενός ωρολογίου) και με σταθερή εμβαδική ταχύτητα ($2^{ος}$ νόμος Kepler). Το επίπεδο αυτό της τροχιάς της Γης τέμνει την ουράνια σφαίρα κατά ένα μέγιστο κύκλο, που λέγεται **εκλειπτική** (ecliptic – Σχήμα 1-1 και 1-6). Συνεπώς, η εκλειπτική μπορεί να ορισθεί ως η τομή του επιπέδου της **φαινόμενης τροχιάς** (apparent trajectory or orbit) του Ήλιου με την ουράνια σφαίρα.

Η εκλειπτική και ο ισημερινός τέμνονται κατά τη διάμετρο γγ΄, που ονομάζεται **γραμμή των ισημεριών** (equinox line) και σχηματίζουν μια σταθερή γωνία ω = 23° 26΄ (J2000), που λέγεται **λόξωση της εκλειπτικής** (obliquity of the ecliptic) Η κάθετη προς τη γραμμή των ισημεριών και πάνω στο επίπεδο της εκλειπτικής ευρισκόμενη διάμετρος ΕΕ΄ λέγεται **γραμμή των τροπών** (solstice line). Τα σημεία γ και γ' ονομάζονται **εαρινό** (vernal) και **φθινοπωρινό ιση-**



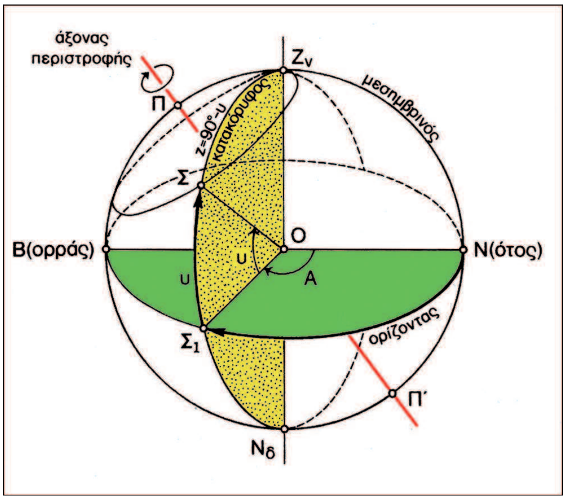
Σχήμα 1-2. *Η ετήσια τροχιά της Γης γύρω από τον Ήλιο και η θέση τηςκατά τις ισημερίες και τα ηλιοστάσια*

μερινό σημείο (autumnal equinox), ενώ τα Ε και Ε΄ ονομάζονται **θερινό** (summer) και **χειμερινό ηλιοστάσιο** (winter solstice). Τα τέσσερα αυτά σημεία ορίζουν τις αρχές των εποχών του έτους (Σχήμα 1-2).

1.2. Συστήματα συντεταγμένων

Η θέση κάθε αστέρα πάνω στην ουράνια σφαίρα προσδιορίζεται με τη βοήθεια δυο κάθετων βασικών επιπέδων, που είναι πάντα μέγιστοι κύκλοι της ουράνιας σφαίρας. Οι συντεταγμένες του αστέρα ορίζονται με τη βοήθεια δυο τόξων πάνω σ' αυτά τα επίπεδα ή από τις αντίστοιχες επίκεντρες γωνίες (Λ και Φ). Η επιλογή των δύο αυτών επιπέδων αναφοράς καθώς και η αρχή μέτρησης και η φορά των γωνιών Λ και Φ καθορίζουν τα διάφορα συστήματα συντεταγμένων.

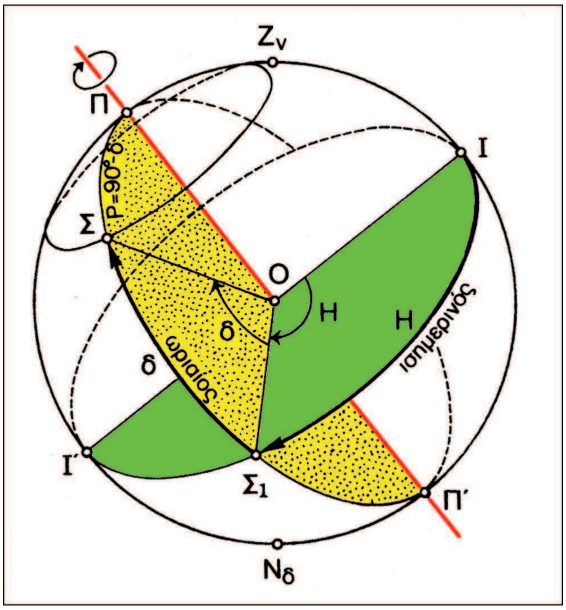
*α) **Οριζόντιες συντεταγμένες*** (horizontal coordinates – Α,υ):



Σχήμα 1-3. *Οριζόντιες συντεταγμένες.*

Στο σύστημα αυτό ως βασικοί κύκλοι λαμβάνονται ο ορίζοντας και ο μεσημβρινός του τόπου (Σχήμα 1-3). Η θέση ενός αστέρα ορίζεται από το **αζιμούθιο** (azimuth) Α (0°– 360°) με αρχή μέτρησης το Νότο και από το **ύψος** (altitude) υ (0° – ±90°) με αρχή μέτρησης τον ορίζοντα. Η συμπληρωματική γωνία z = 90° – υ λέγεται **ζενίθια απόσταση** (zenith angle or distance) του αστέρα και μετριέται πάνω στον κατακόρυφο κύκλο του αστέρα από το ζενίθ ($Z_ν$) προς το ναδίρ ($N_δ$). Το σύστημα αυτό είναι το φυσικό σύστημα παρατηρήσεων.

*β) **Ισημερινές συντεταγμένες*** (equatorial coordinates – Η,δ): Στο σύστημα αυτό ως βασικοί κύκλοι λαμβάνονται ο ουράνιος ισημερινός και ο μεσημβρι-

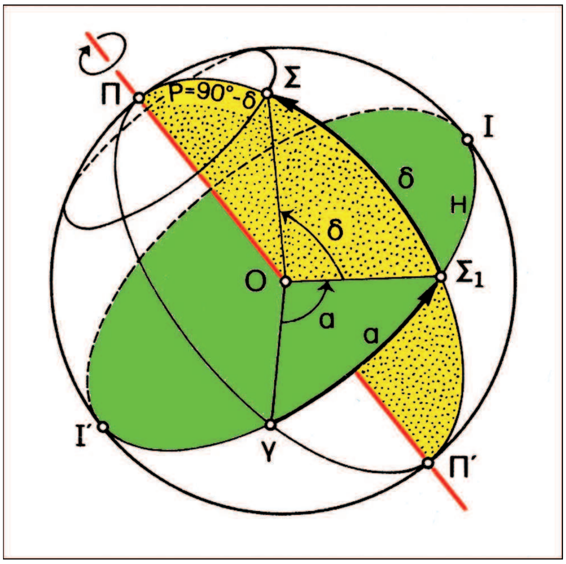


Σχήμα 1-4. *Ισημερινές συντεταγμένες.*

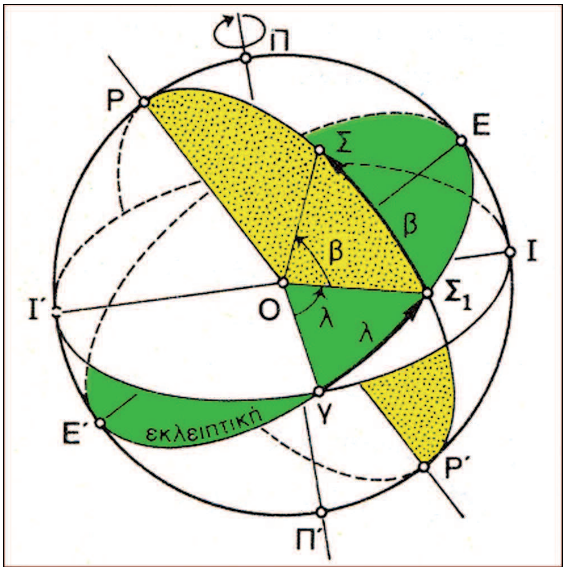
νός του τόπου. Η θέση ενός αστέρα (Σχήμα 1-4) προσδιορίζεται από την **ωριαία γωνία** (hour angle) Η (0° – 360°) με αρχή μέτρησης το μεσημβρινό του τόπου και από την **απόκλιση** (declination) δ (0° – ±90°) με αρχή μέτρησης τον ισημερινό. Η συμπληρωματική γωνία Ρ = 90° – δ ονομάζεται **πολική απόσταση** (polar angle or distance) του αστέρα και μετρείται πάνω στον ωριαίο του αστέρα από το βόρειο προς το νότιο πόλο της ουράνιας σφαίρας.

γ) ***Ουρανογραφικές συντεταγμένες*** (equatorial coordinates – α,δ): Στο σύστημα αυτό ως βασικοί κύκλοι λαμβάνονται ο ουράνιος ισημερινός και ο ωριαίος του εαρινού ισημερινού σημείου γ. Η θέση ενός αστέρα (Σχήμα 1-5) προσδιορίζεται από την **ορθή αναφορά** (right ascension) α (0^h – 24^h) με αρχή μέτρησης το γ (κατά την ορθή φορά) και από την **απόκλιση** (declination) δ. Το σύστημα αυτό είναι το πιο διαδεδομένο σύστημα συντεταγμένων και χρησιμοποιείται ευρέως στην καταχώρηση των αστέρων σε καταλόγους, συνήθως κατά αύξουσα ορθή αναφορά.

δ) ***Εκλειπτικές συντεταγμένες*** (ecliptic coordinates): Στο σύστημα αυτό ως βασικοί κύκλοι λαμβάνονται η εκλειπτική και ο μέγιστος κύκλος που περνά από τους πόλους της εκλειπτικής και το γ. Η θέση ενός αστέρα (Σχήμα 1-6) προσδιορίζεται από το **εκλειπτικό μήκος** (ecliptic longitude) λ (0°– 360°) με αρχή μέτρησης το εαρινό ισημερινό σημείο γ και από το **εκλειπτικό πλάτος** (ecliptic latitude) β (0° – ±90°) με αρχή μέτρησης την εκλειπτική. Το σύστημα αυτό χρησιμοποιείται κυρίως στην Ουράνια Μηχανική.



Σχήμα 1-5. *Ουρανογραφικές συντεταγμένες.*



Σχήμα 1-6. *Εκλειπτικές συντεταγμένες.*

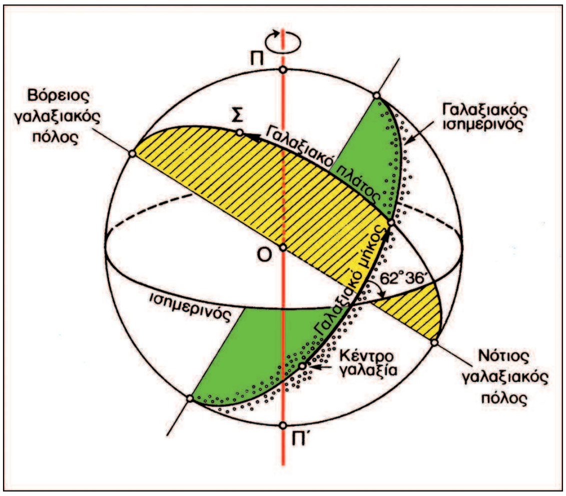
*ε) **Γαλαξιακές συντεταγμένες*** (galactic coordinates): Στο σύστημα αυτό ως βασικοί κύκλοι λαμβάνονται το **γαλαξιακό επίπεδο** (galactic plane) και ο μέγιστος κύκλος που περνά από τους πόλους του γαλαξιακού επιπέδου και το **κέντρο του Γαλαξία** (galactic centre). Η θέση ενός αστέρα (Σχήμα 1-7) στο σύστημα αυτό προσδιορίζεται από το **γαλαξιακό μήκος** (galactic longitude) ℓ (0° – 360°) με αρχή μέτρησης το κέντρο του Γαλαξία και από το **γαλαξιακό πλάτος** (galactic latitude) b (0° – ±90°) με αρχή μέτρησης το γαλαξιακό επίπεδο.

Το κέντρο του Γαλαξία έχει ουρανογραφικές συντεταγμένες για το έτος 2000.0:

$\alpha_\kappa = 17^h\, 45^m\, 40^s$ και $\delta_\kappa = -29°\, 00'\, 28''$

ενώ ο **βόρειος γαλαξιακός πόλος** (north galactic pole):

$\alpha_\pi = 12^h\, 51^m\, 26^s$ και $\delta_\pi = +27°\, 07'\, 42''$



Σχήμα 1-7. *Γαλαξιακές συντεταγμένες.*

Το σύστημα αυτό χρησιμοποιείται κυρίως κατά τη μελέτη της δομής του Γαλαξία μας.

1.3. Σφάλματα παρατηρήσεων

Στον προσδιορισμό των συντεταγμένων των αστέρων, όταν γίνεται με παρατηρήσεις των φαινόμενων θέσεών τους, εκτός από τα σφάλματα των οργάνων, υπεισέρχονται και άλλα σφάλματα που οφείλονται:

i) Στη **διάθλαση** (diffraction – από τη Γήινη ατμόσφαιρα)

ii) Στο **βάθος του ορίζοντα** (dip of the horizon – εξαιτίας της σφαιρικότητας της Γης),

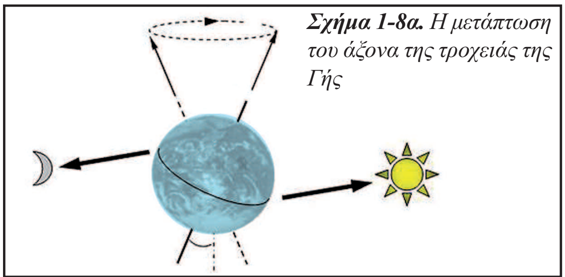
iii) Στην **αποπλάνηση** (aberration – εξαιτίας της κίνησης της Γης και της πεπερασμένης ταχύτητας του φωτός),

iv) Στην ετήσια **παράλλαξη** των (κοντινών κυρίως) αστέρων (parallax – εξαιτίας της μετατόπισης της Γης κατά την ετήσια περιφορά της γύρω από τον Ήλιο),

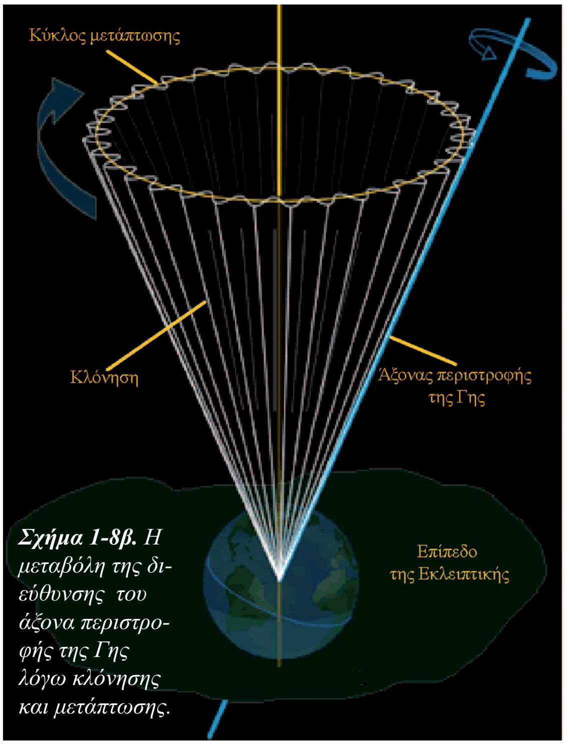
v) Στη **φαινόμενη διάμετρο** (apparent diameter – κατά την παρατήρηση του Ήλιου, της Σελήνης και των μεγάλων πλανητών).

vi) Στη **μετάπτωση** (precession – εξαιτίας της μεταπτωτικής κίνησης του άξονα περιστροφής της Γης). Η κίνηση αυτή οφείλεται κυρίως στην ελκτική δύναμη της Σελήνης και του Ήλιου πάνω στο **ισημερινό εξόγκωμα** (equatorial bulge) της Γης και στη λόξωση της εκλειπτικής. Η περίοδος της μεταπτωτικής αυτής κίνησης είναι 25 800 έτη (Σχήμα 1-8).

vii) Στην **κλόνηση** (nutation) – εξ αιτίας της ροπής που εξασκεί ο Ήλιος στο σύστημα Γης – Σελήνης, που έχει ως αποτέλεσμα την περιοδική μεταβολή της κλίσης του στιγμιαίου άξονα περιστροφής της Γης. Η περίοδος της μεταβολής αυτής είναι 18.6 έτη (Σχήμα 1-8β).



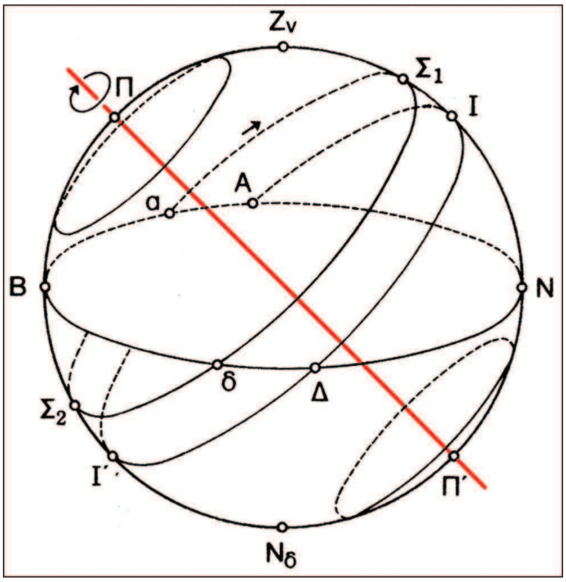
Σχήμα 1-8α. *Η μετάπτωση του άξονα της τροχειάς της Γήs*



Σχήμα 1-8β. *Η μεταβόλη της διεύθυνσης του άξονα περιστροφής της Γης λόγω κλόνησης και μετάπτωσης.*

1.4. Μορφές της ουράνιας σφαίρας σε σχέση με τη θέση του παρατηρητή

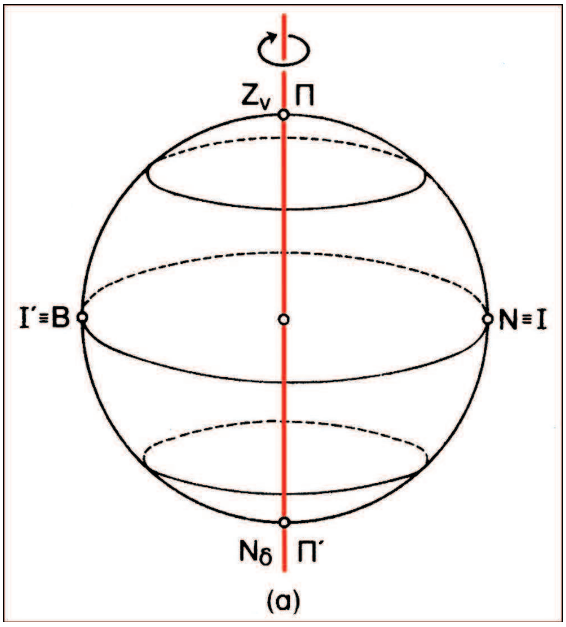
1) Αν το γεωγραφικό πλάτος του παρατηρητή είναι μεταξύ 0° και 90°, η μορφή της ουράνιας σφαίρας καλείται **κεκλιμένη** ή **πλάγια** (oblique) και τότε οι αστέρες χωρίζονται στις παρακάτω κατηγορίες: (α) Αστέρες που δεν δύουν **(αειφανείς** – circumpolar). Αυτό ισχύει για αστέρες με $P \leq \varphi$ (Σχ. 1-9). (β) Αστέρες που ανατέλλουν και δύουν **(αμφιφανείς** – rising and setting) κατά τη διάρκεια του εικοσιτετραώρου. Αυτό ισχύει για αστέρες που η πολική τους απόσταση είναι $\varphi < P \leq 180° - \varphi$. (γ) Αστέρες που δεν ανατέλλουν **(αφανείς** – never rising) και βρίσκονται συνέχεια κάτω



Σχήμα 1-9. *Πλάγια μορφή της ουράνιας σφαίρας.*

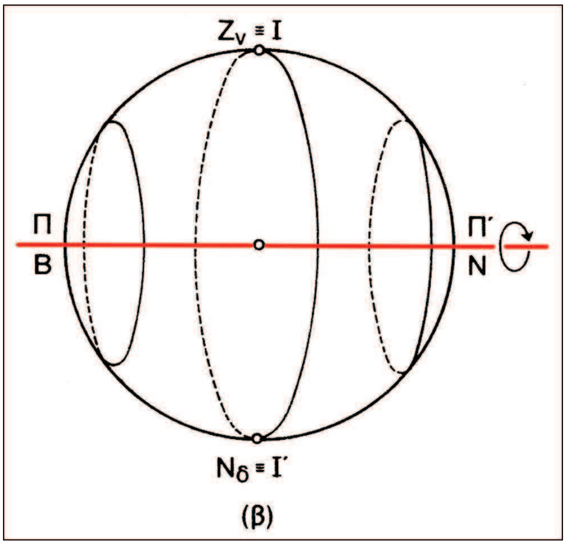
από τον ορίζοντα. Αυτό ισχύει για αστέρες με Ρ > 180°– φ (Σχήμα 1-9).

2) Αν φ = ±90° (δηλαδή στο Βόρειο ή Νότιο γεωγραφικό πόλο), τότε η μορφή της ουράνιας σφαίρας ονομάζεται **παράλληλη** (parallel view) και οι αστέρες κινούνται παράλληλα προς τον ορίζοντα και είναι αειφανείς, όταν η απόκλιση τους είναι δ ≥ 0º, ή αφανείς, όταν δ < 0º (Σχήμα 1-10α και β).



Σχήμα 1-10. *Παράλληλη μορφή της ουράνιας σφαίρας. (α) Σχηματική παράσταση. (β) Φωτογραφία αστρικών τροχιών από περιοχή του Νότιου Πόλου.*

3) Αν φ = 0° (γεωγραφικός ισημερινός), τότε η μορφή της ουράνιας σφαίρας ονομάζεται **ορθή ή κατακόρυφη** (vertical view), οι αστέρες κινούνται κάθετα προς τον ορίζοντα και είναι όλοι αμφιφανείς, με ίσα *ορατά* και *μη ορατά* τόξα (Σχήμα 1-11α και β).

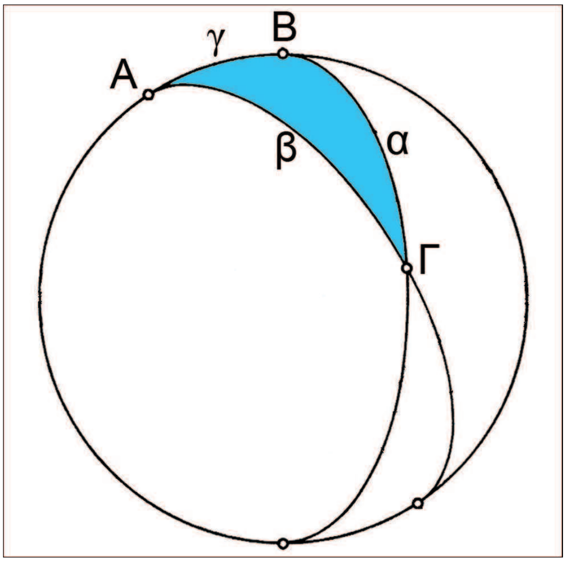


Σχήμα 1-11. *Ορθή μορφή της ουράνιας σφαίρας. (α) Σχηματική παράσταση. (β) Φωτογραφία αστρικών τροχιών από περιοχή του Ισημερινού.*

1.5 Σχέσεις σε σφαιρικά τρίγωνα

1.5.1. Σφαιρικά τρίγωνα

Σφαιρικό τρίγωνο (spherical triangle) ΑΒΓ ονομάζεται κάθε τρίγωνο στην επιφάνεια μιας σφαίρας του οποίου οι πλευρές είναι τόξα **μέγιστων κύκλων** (great circles), δηλαδή τόξα κύκλων που έχουν τα κέντρα τους στο κέντρο της σφαίρας και ανήκουν στο ίδιο ημισφαίριο. Έτσι στο σφαιρικό τρίγωνο ΑΒΓ (Σχήμα 1-12) οι δίεδρες γωνίες Α, Β, Γ που σχηματίζονται από τα επίπεδα των κύκλων ονομάζονται γωνίες του σφαιρικού τριγώνου, ενώ τα τόξα, α, β, γ, των μέγιστων κύκλων που ενώνουν ανά δύο τα σημεία Α, Β, Γ, ονομάζονται πλευρές του σφαιρικού τριγώνου.



Σχήμα 1-12. *Γωνίες και πλευρές σφαιρικού τριγώνου.*

Είναι φανερό από τα παραπάνω ότι οι πλευρές και οι γωνίες ενός σφαιρικού τριγώνου έχουν τιμές θετικές και μικρότερες των 180º. Ανάλογα με το πλήθος των ορθών γωνιών ή ορθών πλευρών ένα σφαιρικό τρίγωνο λέγεται **ορθογώνιο** (rectangular or quadrantal triangle) ή **δισορθογώνιο** (birectangular) ή **τρισορθογώνιο** (trirectangular) και ορθόπλευρο ή δισορθόπλευρο ή τρισορθόπλευρο αντίστοιχα.

1.5.2. Βασικές σχέσεις

Σ' ένα σφαιρικό τρίγωνο ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

1. Οι σχέσεις του συνημιτόνου:

$$συνα = συνβ \times συνγ + ημβ \times ημγ \times συνA \qquad (1\text{-}1)$$

2. Οι σχέσεις του ημιτόνου

$$\frac{ημα}{ημA} = \frac{ημβ}{ημB} = \frac{ημγ}{ημΓ} \qquad (1\text{-}2)$$

3. Οι σχέσεις των πέντε στοιχείων

$$ημα \times συνB = συνβ \times ημγ - ημβ \times συνγ \times συνA \qquad (1\text{-}3)$$

4. Οι σχέσεις των τεσσάρων διαδοχικών στοιχείων

$$συνα \times συνΓ = ημα \times σφβ - ημΓ \times σφB \qquad (1\text{-}4)$$

Οι σχέσεις (1-1) έως (1-4), καθώς και αυτές που προκύπτουν, όπως είναι φυσικό, από την κυκλική εναλλαγή

$$α \rightarrow β \rightarrow γ \rightarrow α$$

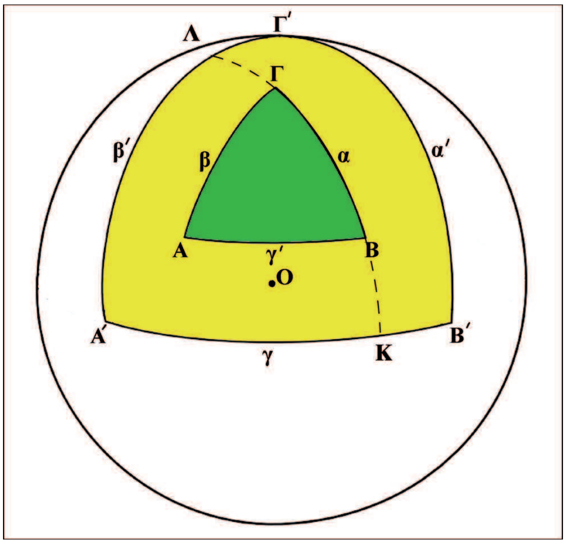
και

$$Α \rightarrow Β \rightarrow Γ \rightarrow Α$$

χρησιμοποιούνται πολύ συχνά κατά την επίλυση διαφόρων σφαιρικών τριγώνων, που εξετάζει η **Αστρονομία Θέσης** (Positional Astronomy).

1.5.3. Πολικές σχέσεις

Δίδεται ένα σφαιρικό τρίγωνο ΑΒΓ (Σχήμα 1.13). Η πλευρά ΒΓ είναι τόξο ενός μέγιστου κύκλου που χωρίζει τη σφαίρα (στην επιφάνεια της οποίας ανήκει το σφαιρικό τρίγωνο) σε δύο ημισφαίρια. Αυτού του μέγιστου κύκλου υπάρχουν δυο **πόλοι**, που ορίζονται από την τομή της επιφάνειας της σφαίρας με την ευθεία που διέρχεται από το κέντρο του μέγιστου κύκλου και είναι κάθετη στο επίπεδο αυτού. Από τους δύο αυτούς πόλους, που απέχουν 90° από κάθε σημείο του μέγιστου κύκλου, επιλέγουμε εκείνον τον πόλο Α΄ που βρίσκεται στο ίδιο ημισφαίριο με την κορυφή Α του σφαιρικού τριγώνου. Με τον ίδιο τρόπο ορίζονται τα σημεία



Σχήμα 1-13. *Το σφαιρικό τρίγωνο Α΄Β΄Γ΄ είναι πολικό τρίγωνο του σφαιρικού τριγόνου ΑΒΓ και αντιστρόφως.*

Β΄και Γ΄ως πόλοι των μέγιστων κύκλων ΑΓ και ΑΒ αντίστοιχα. Το σφαιρικό τρίγωνο Α΄Β΄Γ΄ καλείται **πολικό τρίγωνο** του σφαιρικού τριγώνου ΑΒΓ, αλλά και, αντίστροφα, το τρίγωνο ΑΒΓ είναι πολικό του σφαιρικού τριγώνου Α΄Β΄Γ΄. Πράγματι, τόσο το Α΄ όσο και το Β΄ εκ κατασκευής απέχουν από το σημείο Γ 90°, διότι αυτό είναι τομή των τόξων $\widehat{\text{ΒΓ}}$ και $\widehat{\text{ΑΓ}}$, δηλαδή το Γ είναι πόλος του μέγιστου κύκλου στον οποίο ανήκει το τόξο $\widehat{\text{Α΄Β΄}}$ και τα σημεία Α και Β είναι οι πόλοι που αντιστοιχούν στα τόξα $\widehat{\text{Α΄Β΄}}$ και $\widehat{\text{Α΄Β΄}}$. Άρα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι το πολικό του Α΄Β΄Γ΄.

Από το σχήμα 1.13 έχουμε:

$$\left(\widehat{\text{Α'Κ}}\right)=\left(\widehat{\text{Α'Λ}}\right)=\left(\widehat{\text{ΓΚ}}\right)=\left(\widehat{\text{ΒΛ}}\right)=90^\circ \text{ και } \widehat{\text{Α}}'=\left(\widehat{\text{ΚΛ}}\right)$$

λόγω της αμοιβαίας πολικότητας των σφαιρικών τριγώνων ΑΒΓ και Α΄Β΄Γ΄.

Επομένως:

$$\widehat{\text{Α}}'=\left(\widehat{\text{ΚΛ}}\right)=\left(\widehat{\text{ΚΒ}}\right)+\left(\widehat{\text{ΒΛ}}\right)=\left(\widehat{\text{ΚΓ}}\right)-\left(\widehat{\text{ΒΓ}}\right)+\left(\widehat{\text{ΒΛ}}\right)$$
$$=90^\circ-\alpha+90^\circ=180^\circ-\alpha \tag{1-5}$$

Άρα η πλευρά α ενός σφαιρικού τριγώνου και η αντίστοιχη γωνία Α΄ του πολικού του είναι μεταξύ τους παραπληρωματικές. Το αντίστοιχο ισχύει και για τις υπόλοιπες πλευρές, β και γ. Επειδή, όμως, η πολικότητα είναι αμοιβαία, έχουμε:

$$\alpha'=180^\circ-\widehat{\text{Α}} \tag{1-6}$$

Γενικότερα, λοιπόν, συνεπάγεται ότι οι πλευρές και οι γωνίες κάθε σφαιρικού τριγώνου είναι παραπληρωματικές των γωνιών και των πλευρών αντίστοιχα του πολικού του τριγώνου, δηλαδή, π.χ., $\widehat{\text{Β}}=180^\circ-\beta'$, αλλά και $\widehat{\text{Β}'}=180^\circ-\beta$

Μετά από αυτήν την παρατήρηση, όλοι οι βασικοί τύποι της σφαιρικής τριγωνομετρίας μπορούν εύκολα να μετασχηματισθούν για τα πολικά τρίγωνα και να μας δώσουν νέες δυνατότητες για τις αποδείξεις διάφορων σχέσεων που ισχύουν στα σφαιρικά τρίγωνα. Σχέσεων χρήσιμων στη μαθηματική αστρονομία για τον προσδιορισμό των θέσεων, των κινήσεων και των μεταβολών διάφορων μεγεθών συναρτήσει άλλων. Αυτοί οι τύποι καλούνται **πολικοί τύποι**. Ένας τέτοιος πολικός τύπος είναι ο ακόλουθος:

$$\text{συν}A = -\text{συν}B\,\text{συν}\Gamma + \text{ημ}B\,\text{ημ}\Gamma\,\text{συν}\alpha \tag{1-7}$$

που προκύπτει από τη σχέση 1-1.

Εφαρμογή:

Να αποδειχθεί ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε σφαιρικού τριγώνου είναι πάντα μεγαλύτερο των 180°.

Απόδειξη:

Από το σχήμα 1-3 και για το σφαιρικό τρίγωνο Α΄Β΄Γ΄ ισχύει η γνωστή σχέση:

$$\text{συν}\alpha' = \text{συν}\beta'\,\text{συν}\gamma' + \text{ημ}\beta'\,\text{ημ}\gamma'\,\text{συν}A'$$

Άρα, για το πολικό αυτού, δηλαδή για το σφαιρικό τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η μετασχηματισμένη σχέση:

$$\text{συν}A = -\text{συν}B\,\text{συν}\Gamma + \text{ημ}B\,\text{ημ}\Gamma\,\text{συν}\alpha$$

και, επειδή κάθε πλευρά ενός σφαιρικού τριγώνου είναι τόξο θετικό και μικρότερο των 180°, έχουμε από την προηγούμενη σχέση:

$$\text{συν}A < -\text{συν}B\,\text{συν}\Gamma + \text{ημ}B\,\text{ημ}\Gamma = -\text{συν}(B+\Gamma) =$$

$$\text{συν}\left[\pi - (B+\Gamma)\right]$$

Επομένως:

$$A > \pi - (B+\Gamma)$$

Άρα:

$$A + B + \Gamma > \pi \tag{1-8}$$

και η θετική ποσότητα

$$A + B + \Gamma - \pi = 2S > 0 \tag{1-9}$$

λέγεται **σφαιρική υπεροχή** του σφαιρικού τριγώνου ΑΒΓ.

1.5.4. Σχέσεις του Borda

Οι τύποι αυτοί μας βοηθούν να υπολογίσουμε τις γωνίες ενός σφαιρικού τριγώνου, όταν γνωρίζουμε τις πλευρές του και αποδεικνύονται ως εξής:

Αν θέσουμε το άθροισμα των πλευρών ενός σφαιρικού τριγώνου ίσο με 2p, δηλαδή:

$$\alpha + \beta + \gamma = 2p \tag{1-10}$$

τότε, επειδή ισχύει η γνωστή σχέση

$$\text{συν}\alpha = \text{συν}\beta\,\text{συν}\gamma + \text{ημ}\beta\,\text{ημ}\gamma\,\text{συν}A$$

έχουμε:

$$\text{συν}A = \frac{\text{συν}\alpha - \text{συν}\beta\,\text{συν}\gamma}{\text{ημ}\beta\,\text{ημ}\gamma}$$

Επομένως:

$$2\text{ημ}^2\frac{A}{2} = 1 - \text{συν}A = 1 - \frac{\text{συν}\alpha - \text{συν}\beta\,\text{συν}\gamma}{\text{ημ}\beta\,\text{ημ}\gamma}$$

$$= \frac{\text{ημ}\beta\,\text{ημ}\gamma - \text{συν}\alpha + \text{συν}\beta\,\text{συν}\gamma}{\text{ημ}\beta\,\text{ημ}\gamma} = \frac{\text{συν}(\beta-\gamma) - \text{συν}\alpha}{\text{ημ}\beta\,\text{ημ}\gamma}$$

$$= \frac{2\text{ημ}\dfrac{\alpha+\beta-\gamma}{2}\,\text{ημ}\dfrac{\alpha-\beta+\gamma}{2}}{\text{ημ}\beta\,\text{ημ}\gamma} = \frac{2\text{ημ}(p-\gamma)\,\text{ημ}(p-\beta)}{\text{ημ}\beta\,\text{ημ}\gamma} \tag{1-11}$$

και

$$2\sigma\upsilon\nu^2\frac{A}{2}=1+\sigma\upsilon\nu A=1+\frac{\sigma\upsilon\nu\alpha-\sigma\upsilon\nu\beta\sigma\upsilon\nu\gamma}{\eta\mu\beta\eta\mu\gamma}$$
$$=\frac{\eta\mu\beta\eta\mu\gamma-\sigma\upsilon\nu\beta\sigma\upsilon\nu\gamma+\sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu\beta\eta\mu\gamma}=\frac{\sigma\upsilon\nu\alpha-\sigma\upsilon\nu(\beta+\gamma)}{\eta\mu\beta\eta\mu\gamma}$$
(1-12)

Άρα, αν διαιρέσουμε τις σχέσεις (1-11) και (1-12) κατά μέλη, προκύπτει:

$$\varepsilon\varphi\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{\eta\mu(p-\beta)\eta\mu(p-\gamma)}{\eta\mu p\eta\mu(p-\alpha)}}$$
(1-13)

και με κυκλική εναλλαγή $\alpha\to\beta\to\gamma\to\alpha$ και $A\to B\to\Gamma\to A$ προκύπτουν παρόμοιες σχέσεις για τις δύο άλλες γωνίες.

1.5.5. Διαφορικές σχέσεις

Πολύ συχνά στη Σφαιρική Τριγωνομετρία αντιμετωπίζονται προβλήματα προσδιορισμού των μεταβολών κάποιων αστρονομικών μεγεθών, οι οποίες οφείλονται σε μικρές μεταβολές κάποιων άλλων μεγεθών. Όπως, για παράδειγμα, η μελέτη της μεταβολής των ουρανογραφικών συντεταγμένων του Ήλιου σε συνάρτηση με τη μεταβολή του εκλειπτικού μήκους του, λόγω της ετήσιας φαινόμενης περιφοράς του γύρω από τη Γη. Επειδή οι μεταβολές αυτές είναι μικρές, μπορούμε να τις θεωρήσουμε ως απειροστά μεγέθη και, επομένως, η διαφόριση και των δύο μελών μιας κατάλληλης σχέσης να λύνει το πρόβλημα, αρκεί να γνωρίζουμε τα μεγέθη που διατηρούνται σταθερά. Οι τύποι που προκύπτουν από μια τέτοια διαφόριση λέγονται **διαφορικοί τύποι**.

Στις περισσότερες περιπτώσεις ζητείται η μεταβολή ενός στοιχείου ενός σφαιρικού τριγώνου, που οφείλεται στη μεταβολή κάποιων άλλων στοιχείων του τριγώνου. Για παράδειγμα, μπορεί να ζητείται η μεταβολή της μιας πλευράς α του σφαιρικού τριγώνου ΑΒΓ που οφείλεται στη μεταβολή της γωνίας Α κατά dA, καθώς, όμως, οι δύο άλλες πλευρές, β και γ, διατηρούνται σταθερές.

Στην περίπτωση αυτή, από τον νόμο των συνημιτόνων γνωρίζουμε ότι:

$$\sigma\upsilon\nu\alpha=\sigma\upsilon\nu\beta\sigma\upsilon\nu\gamma+\eta\mu\beta\eta\mu\gamma\sigma\upsilon\nu A$$

Επομένως, διαφορίζοντας και τα δύο μέλη, έχουμε:

$$-\eta\mu\alpha d\alpha=-\eta\mu\beta\sigma\upsilon\nu\gamma d\beta-\sigma\upsilon\nu\beta\eta\mu\gamma d\gamma+\sigma\upsilon\nu\beta\eta\mu\gamma\sigma\upsilon\nu A d\beta$$
$$+\eta\mu\beta\sigma\upsilon\nu\gamma\sigma\upsilon\nu A d\gamma-\eta\mu\beta\eta\mu\gamma\eta\mu A dA$$

και, επειδή $d\beta = d\gamma = 0$,

έχουμε:

$$\eta\mu\alpha d\alpha=\eta\mu\beta\eta\mu\gamma\eta\mu A dA$$

δηλαδή:

$$d\alpha=\frac{\eta\mu\beta\eta\mu\gamma\eta\mu A}{\eta\mu\alpha}dA$$

Από τον νόμο του ημιτόνου, όμως, έχουμε:

$$\frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu A}=\frac{\eta\mu\beta}{\eta\mu B}\Rightarrow\eta\mu\alpha\eta\mu B=\eta\mu\beta\eta\mu A$$

Άρα:

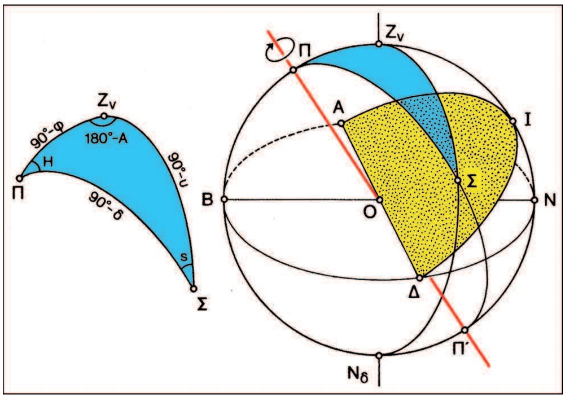
$$d\alpha=\eta\mu\gamma\eta\mu B dA$$
(1-14)

είναι η ζητούμενη σχέση.

Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να εξαγάγουμε τους διαφορικούς τύπους για τον υπολογισμό της μεταβολής των γωνιών Β και Γ, διαφορίζοντας αντίστοιχα τις σχέσεις $\eta\mu\alpha\eta\mu B = \eta\mu\beta\eta\mu A$ και $\eta\mu\alpha\eta\mu\Gamma = \eta\mu\gamma\eta\mu A$, που προκύπτουν από τον νόμο του ημιτόνου.

1.6. Το τρίγωνο θέσης ενός αστέρα

Πολλά προβλήματα που έχουν σχέση με την ανεύρεση της φαινόμενης θέσης (δηλαδή των συντεταγμένων) ενός αστέρα στην ουράνια σφαίρα για ένα παρατηρητή μια ορισμένη χρονική στιγμή, επιλύονται αν κατασκευάσουμε την ουράνια σφαίρα του παρατηρητή και το σφαιρικό τρίγωνο που ορίζεται από το ζενίθ του παρατηρητή (Zν), τον βόρειο ουράνιο πόλο (Π) και τον αστέρα (Σ). Το σφαιρικό αυτό τρίγωνο, $\Pi Z_{\nu}\Sigma$ (Σχήμα 1-14), ονομάζεται (σφαιρικό) **τρίγωνο θέσης** του αστέρα (star's spherical triangle). Όλες οι πλευρές και οι γωνίες (εκτός της γωνίας S) του τριγώνου θέσης, που αναγράφονται στο Σχήμα 1-14, μπορούν εύκολα να αναγνωριστούν αν συμβουλευτούμε τα Σχήματα 1-3, 1-4 και 1-5. Η γωνία S ονομάζεται **παραλλακτική γωνία** (parallactic angle) και είναι χρήσιμη για τον προσανατολισμό αστρικών πεδίων που έχουν φωτογραφηθεί σε διαφορετικές ωριαίες γωνίες. Στην επόμενη παράγραφο δίνεται ένα παράδειγμα επίλυσης του τριγώνου θέσης για την εύρεση της ωριαίας γωνίας και του αζιμουθίου τη στιγμή της ανατολής ή δύσης ενός αστέρα που έχει απόκλιση δ για ένα παρατηρητή που βρίσκεται σε έναν τόπο με γεωγραφικό πλάτος φ.



Σχήμα 1-14. *Το τρίγωνο θέσης ενός αστέρα.*

1.7. Ανατολή και δύση αστέρων

Η ωριαία γωνία και το αζιμούθιο ενός αστέρα τη στιγμή της ανατολής ή της δύσης του (οπότε έχει ύψος υ = 0°) δίνονται από τις σχέσεις:

$$\sigma\upsilon\nu H = -\varepsilon\varphi\varphi \times \varepsilon\varphi\delta \qquad (1\text{-}15)$$

$$\sigma\upsilon\nu A = -\eta\mu\delta\,/\sigma\upsilon\nu\varphi, \qquad (1\text{-}16)$$

που προκύπτουν από την επίλυση του τριγώνου θέσης του αστέρα (Σχήμα 1-14) με τις σχέσεις του συνημιτόνου, δηλαδή από τις σχέσεις:

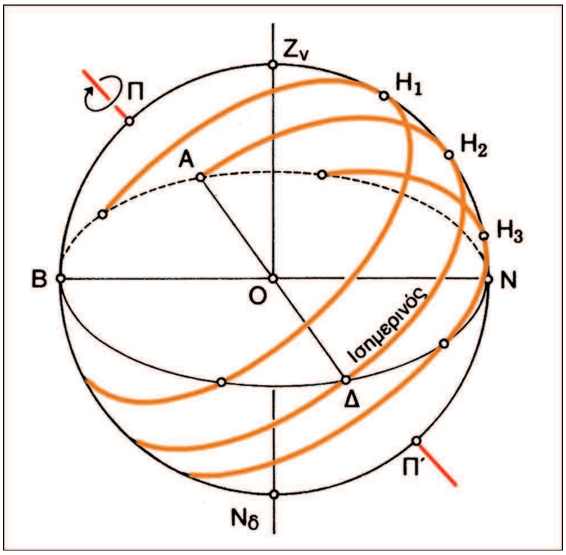
$$\sigma\upsilon\nu(90-\delta) = \sigma\upsilon\nu(90-\varphi)\times\sigma\upsilon\nu(90-\upsilon) + \eta\mu(90-\varphi)\times\eta\mu(90-\upsilon)\times\sigma\upsilon\nu(180-A) \qquad (1\text{-}17)$$

και

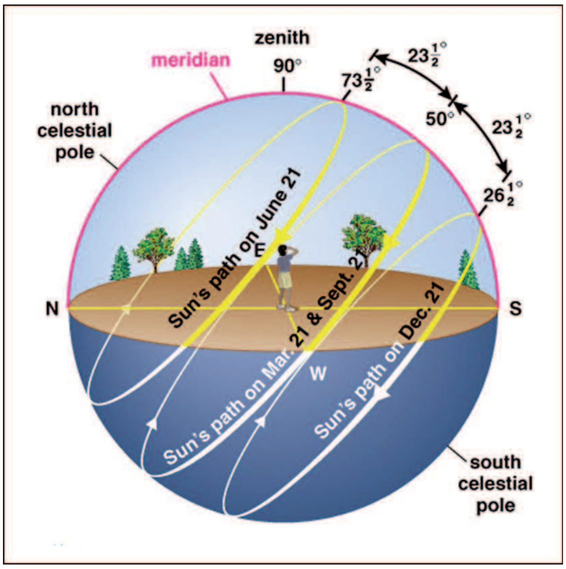
$$\sigma\upsilon\nu(90-\upsilon) = \sigma\upsilon\nu(90-\varphi)\times\sigma\upsilon\nu(90-\delta) + \eta\mu(90-\varphi)\times\eta\mu(90-\delta)\times\sigma\upsilon\nu H \qquad (1\text{-}18)$$

για υ=0.

Οι μικρότερες τιμές των Η και Α αντιστοιχούν στη δύση και οι μεγαλύτερες στην ανατολή. Από τις εξισώσεις (1-15) και (1-16) συμπεραίνουμε ότι κάθε αστέρας ανατέλλει και δύει στα ίδια σημεία του ορίζοντα και την ίδια πάντα αστρική ώρα, επειδή το δ του και το φ είναι σταθερά. Αυτό όμως δεν ισχύει για τον Ήλιο. Λόγω της λόξωσης της εκλειπτικής τόσο η απόκλιση όσο και η ορθή αναφορά του μεταβάλλονται κατά την



Σχήμα 1-15α. Η φαινόμενη κίνηση του Ηλίου κατά τη διάρκεια του έτους.

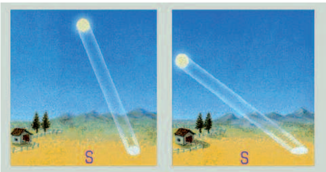


Σχήμα 1-15β. Η ημερίσια τροχιά του Ήλιου κατά τις ισημερίες και τα ηλιοστάσια. Το τόξο της τροχιάς που βρίσκεται πάνω από τον ορίζοντα είναι το μεγαλύτερο του έτους (μέγιστη διάρκεια ημέρας κατά το θερινό ηλιοστάσιο) ενώ το αντίστοιχο τόξο του χειμερινού ηλιοστασίου είναι το μικρότερο του έτους (ελάχιστη διάρκεια ημέρας).

ετήσια περιφορά της Γης γύρω απ' αυτόν. Συγκεκριμένα όταν ο Ήλιος βρίσκεται στα σημεία γ, γ΄, Ε, Ε΄ – **ισημερίες** (equinox) και **ηλιοστάσια** (solstice) – παίρνουν τις παρακάτω τιμές (Σχήμα 1-15β):

21 Μαρτίου (γ)	$\alpha = 0^h$,	$\delta = 0°$	(Εαρινή ισημερία)
21 Ιουνίου (Ε)	$\alpha = 6^h$,	$\delta = +23°$	(Θερινό ηλιοστάσιο)
22 Σεπτεμβρίου	$\alpha = 12^h$,	$\delta = 0°$	(Φθινοπωρινή ισημερία)
22 Δεκεμβρίου (Ε')	$\alpha = 18^h$,	$\delta = -23°$	(Χειμερινό ηλιοστάσιο)

Η μεταβολή αυτή (της ημερήσιας τροχιάς του Ήλιου) προκαλεί τη διαδοχή των εποχών στον πλανήτη μας κατά τη διάρκεια του έτους. Από 21 Μαρτίου έως 22 Σεπτεμβρίου η ημερήσια τροχιά του Ήλιου είναι κύκλος θετικής απόκλισης και έχουμε Άνοιξη ή Καλοκαίρι για τους τόπους του βόρειου ημισφαιρίου της Γης, παρότι στις 6 Ιουλίου η Γη βρίσκεται στο αφήλιό της (το σημείο της μέγιστης απόστασής της από τον Ήλιο), και Φθινόπωρο ή Χειμώνα για εκείνους του νότιου ημισφαιρίου, όπου η ημερήσια τροχιά του Ήλιου είναι κύκλος αρνητικής απόκλισης. Στη δάρκεια της ίδιας αυτής περιόδου το μέγιστο ημερήσιο ύψος του Ήλιου είναι μεγαλύτερο στο βόρειο ημισφαρίο από ό,τι στο νότιο. Επομένως οι ακτίνες του Ήλιου προσπίπτουν στην επιφάνεια της Γης υπό μεγαλύτερη γωνία και τη θερμαίνουν περισσότερο από ό,τι στο νότιο ημισφαίριο (Σχήμα 1-16).



Σχήμα 1-16. *Το καλοκαίρι, κατά τη μεσημβρία, ο Ήλιος θερμαίνει περισσότερο το έδαφος από το χειμώνα.*

1.8. Χρόνος

Τα κυριότερα συστήματα χρόνου που χρησιμοποιούμε στην Αστρονομία είναι τα ακόλουθα:

(α) **Αστρικός χρόνος** (sidereal time or star time – ST)

(β) **Ηλιακός χρόνος** (solar time)

(γ) **Χρόνος εφημερίδων** (ephemeris time – ET)

(δ) **Διεθνής Ατομικός χρόνος** (International Atomic Time – TAI)

1.8.1. Συστήματα χρόνου

α) ***Αστρικός χρόνος*** (sidereal time), *t*, ενός τόπου ονομάζεται η ωριαία γωνία του εαρινού ισημερινού σημείου γ. Όπως φαίνεται από το Σχήμα 1-3 ισχύει $t = \alpha + H$, όπου α και Η είναι η ορθή αναφορά και η ωριαία γωνία οποιουδήποτε αστέρα. Επειδή όμως το γ κινείται, λόγω της μετάπτωσης, ανάδρομα πάνω στην εκλειπτική κατά 50″.3 το χρόνο, η **αστρική ημέρα** (sidereal day), δηλαδή το χρονικό διάστημα μεταξύ δυο διαδοχικών άνω μεσουρανήσεων του γ, είναι μικρότερη της περιόδου περιστροφής της Γης Τ, κατά

$$\frac{50.3 \times \text{συν}(23°.5)}{15 \times 365} = 0.008 \text{ sec} \qquad (1\text{-}19)$$

Ας σημειωθεί ότι η κλόνηση του άξονα της Γης αναγκάζει το γ να παλινδρομεί περιοδικά γύρω από τη θέση του **μέσου εαρινού σημείου** γ_o, (mean vernal equinox) που θεωρείται ότι κινείται ομαλά πάνω στην εκλειπτική. Έτσι μπορούμε να ορίσουμε ως **μέσο αστρικό χρόνο** (mean sidereal time) αυτόν που αναφέρεται στο γ_o και ως **αληθή αστρικό χρόνο** (apparent or true sidereal time) αυτόν που αναφέρεται στο γ.

Η μεταπτωτική αυτή κίνηση του *γ* έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή των ουρανογραφικών συντεταγμένων. Οι σχέσεις με τις οποίες υπολογίζουμε τις συντεταγμένες (α_2, δ_2) ενός αστέρα κατά την εποχή E_2, όταν γνωρίζουμε τις συντεταγμένες του (α_1, δ_1) κατά την εποχή E_1, δίνονται από τις σχέσεις:

$$\alpha_2 = \alpha_1 + (3.074^s + 1.336^s \,\text{ημ}\alpha_1 \times \text{εφ}\delta_1)\,(E_2 - E_1) \qquad (1\text{-}20)$$

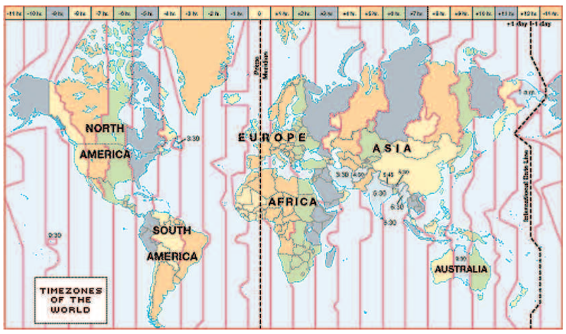
$$\delta_2 = \delta_1 + 20.004 \,\text{συν}\alpha_1 \times (E_2 - E_1) \qquad (1\text{-}21)$$

Η διαφορά $E_2 - E_1$ μπορεί να είναι είτε θετικός ή αρνητικός αριθμός καθώς επίσης και κλασματικός.

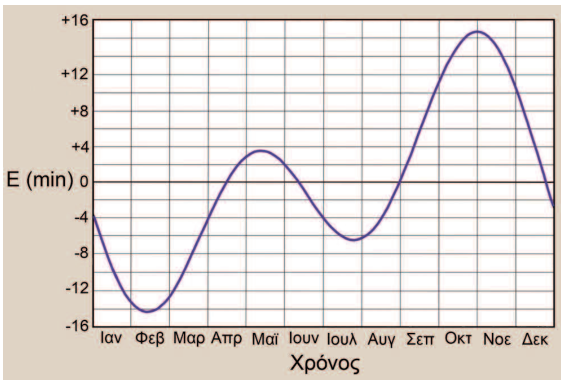
β) ***Ηλιακός χρόνος*** (solar time) ενός τόπου λέγεται η ωριαία γωνία του κέντρου του ηλιακού δίσκου αυξημένη κατά 12 ώρες. Το διάστημα μεταξύ δυο άνω μεσουρανήσεων του Ήλιου δεν είναι ίσο με την περίοδο περιστροφής της Γης (Τ). Κατά το διάστημα αυτό ο Ήλιος κινείται πάνω στην εκλειπτική κατά μια μοίρα περίπου την ημέρα διαγράφοντας έτσι τόξο ημερήσιας τροχιάς 361° πάνω στην ουράνια σφαίρα, που σημαίνει ότι το διάστημα αυτό είναι μεγαλύτερο του Τ κατά 4 min περίπου. Επειδή όμως η διαφορά αυτή δεν είναι σταθερή, η αληθής ηλιακή ημέρα δεν είναι σταθερό διάστημα χρόνου. Η μεταβολή οφείλεται σε δύο λόγους: α) Η κίνηση της Γης γίνεται σύμφωνα με το νόμο των εμβαδών του Kepler και επομένως η γραμμική της ταχύτητα δεν είναι σταθερή και β) η ωριαία γωνία μετριέται πάνω στον ισημερινό και όχι πάνω στην εκλειπτική. Για τους παραπάνω λόγους ο **αληθής ηλιακός χρόνος** (apparent or true solar time) δεν είναι κατάλληλος για τις καθημερινές μας ανάγκες, καθ' όσον μάλιστα δεν μπορεί να προσδιοριστεί με ωρολογιακούς μηχανισμούς.

Για όλους αυτούς τους λόγους, καθιερώθηκε η έννοια του **μέσου Ήλιου** (mean Sun), που είναι ένα νοητό σημείο πάνω στον ισημερινό και το οποίο κινείται ομαλά συμπληρώνοντας μια πλήρη περιφορά στον ίδιο χρόνο που χρειάζεται ο Ήλιος για να διαγράψει την εκλειπτική. **Μέσος ηλιακός χρόνος** ή **μέσος χρόνος** ή **πολιτικός χρόνος** (mean solar time) ενός τόπου ονομάζεται η ωριαία γωνία του μέσου Ήλιου αυξημένη κατά 12 ώρες. Η **μέση ηλιακή ημέρα** (mean solar day) αρχίζει τη στιγμή της κάτω μεσουράνησης του μέσου Ήλιου. Ο μέσος ηλιακός χρόνος του κεντρικού μεσημβρινού κάθε **ατράκτου** (time zone), από τις είκοσι τέσσερις, στις οποίες έχει διαιρεθεί η επιφάνεια της Γης για πρακτικούς λόγους, λέγεται **επίσημος χρόνος** (standard time – Σχήμα 1-17). Ο επίσημος χρόνος της πρώτης ατράκτου που εκτείνεται 7°.5 δεξιά και αριστερά του μεσημβρινού που περνά από το Αστεροσκοπείο Greenwich, το οποίο βρίσκεται στο ομώνυμο προάστιο του Λονδίνου στη Μ. Βρετανία, λέγεται **Παγκόσμιος Χρόνος,** (Universal Time – UT).

Η διαφορά του μέσου ηλιακού χρόνου Μ από τον αληθή ηλιακό χρόνο Α σ' έναν τόπο ονομάζεται **εξίσωση χρόνου** (equation of time). Η εξίσωση του χρόνου (Σχήμα 1-18) για την αρχή κάθε ημέρας (μέσο μεσονύκτιο του Greenwich) δίνεται από τις **αστρονομικές εφημερίδες** (astronomical ephemeris ή astronomical almanac). Η εξίσωση του χρόνου αυξομειώνεται κατά τη διάρκεια του έτους, διότι, όπως αναφέραμε προηγουμένως, η ορθή αναφορά του Ήλιου δεν μεταβάλλεται ομαλά. Η μεταβολή αυτή, που δίνε-



Εικόνα 1-17. Οι 24 άτρακτοι στις οποίες έχει χωριστεί η Γη για τον ορισμό του Επίσημου Χρόνου κάθε κράτους.



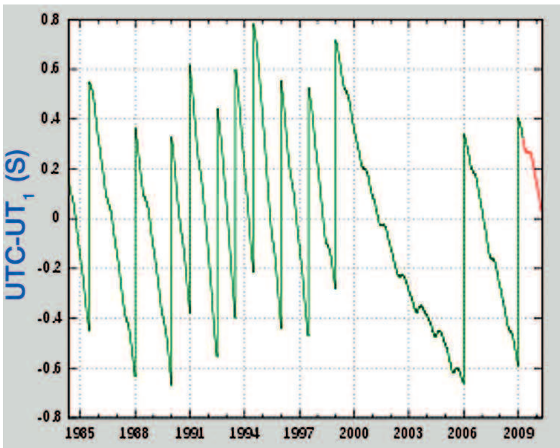
Σχήμα 1-18. Η καμπύλη της εξίσωσης χρόνου.

ται στο Σχήμα 1-18, μπορεί κατά προσέγγιση να θεωρηθεί περιοδική με περίοδο ένα έτος. Αξίζει να σημειώσουμε ότι η μετατροπή διαστήματος αστρικού χρόνου, *Δα*, σε διάστημα μέσου ηλιακού χρόνου, *Δμ*, και αντίστροφα γίνεται με πολύ απλούς υπολογισμούς και βασίζεται στο γεγονός ότι 365.2422 μέσες ηλιακές ημέρες είναι ίσες με 366.2422 αστρικές ημέρες. Δηλαδή, ισχύει η σχέση:

$$\Delta\alpha = \Delta\mu \frac{366.2422}{365.2422} \qquad (1\text{-}22)$$

Παρατήρηση: Ανωμαλίες του χρόνου.

Η μέτρηση τόσο του αστρικού όσο και του ηλιακού χρόνου βασίσθηκε στην περιστροφή της Γης και πάρθηκε υπόψη η μετάπτωση και η κλόνηση του άξονα της. Στην πραγματικότητα, όμως, η περιστροφή της



Εικόνα 1-19. *Η εισαγωγή του διορθωτικού δευτερολέπτου από το 1985 έως το 2009.*

Γης γύρω από τον άξονά της δεν είναι ομαλή. Άλλοτε περιστρέφεται ταχύτερα και άλλοτε βραδύτερα. Οι ανωμαλίες της περιστροφής της Γης είναι: α) εποχιακές ή περιοδικές, που οφείλονται κυρίως σε μετεωρολογικά φαινόμενα π.χ. μετακινήσεις αερίων μαζών, πάγων κλπ. β) αιώνιες, που οφείλονται σε παλιρροιογόνες δυνάμεις και γ) ανώμαλες μεταβολές, που οφείλονται στην ηλιακή δράση.

Ο Παγκόσμιος χρόνος (UT) διορθωμένος απ' αυτές τις ανωμαλίες συμβολίζεται ως UT1 ή UT2 ανάλογα με το βαθμό διορθώσεων που έχει υποστεί. Με τη βοήθεια των ατομικών ρολογιών επιτυγχάνεται μια πολύ καλή διόρθωση του παγκόσμιου χρόνου, που λέγεται **συντονισμένος παγκόσμιος χρόνος** (Universal coordinated time – UTC). Ο χρόνος αυτός, από την 1η Ιανουαρίου 1972, δίνεται από διάφορες ραδιοφωνικές υπηρεσίες χρόνου. Η διαφορά μεταξύ του χρόνου UTC και του χρόνου UT1 διατηρείται σταθερά μικρότερη από 0.9 δευτερόλεπτα. Αυτό κατορθώνεται με την προσθήκη στον UT1 – όταν χρειάζεται – ενός δευτερολέπτου στο τελευταίο λεπτό της τελευταίας μέρας του Ιουνίου ή του Δεκεμβρίου. Το δευτερόλεπτο αυτό ονομάζεται διορθωτικό δευτερόλεπτο (leap second). Έτσι, το τελευταίο λεπτό της 24ης ώρας της 31ης Δεκεμβρίου 2008 UT1 περιείχε 61 δευτερόλεπτα. Αυτό ήταν το εικοστό τέταρτο διορθωτικό δευτερόλεπτο από το 1972, οπότε η μέτρηση του χρόνου με αστρονομικές μεθόδους αποσυνδέθηκε από τη μέτρηση του ατομικού χρόνου (Σχήμα 1-19).

γ) ***Χρόνος εφημερίδων*** *ή* ***Νευτώνειος χρόνος*** (ephemeris time). Ο χρόνος αυτός πηγάζει από την εφαρμογή του νόμου του Νεύτωνα της Ουράνιας Μηχανικής στον υπολογισμό της περιόδου περιφοράς των φυσικών ή τεχνητών σωμάτων του πλανητικού μας συστήματος. Είναι ο μόνος ομαλός χρόνος που προσδιορίζεται με αστρονομικές παρατηρήσεις. Η ακρίβεια του είναι της τάξης του 10^{-10} δευτερόλεπτα ανά έτος.

δ) ***Διεθνής Ατομικός χρόνος*** (International Atomic Time – TAI). Ανεξάρτητα των αστρονομικών παρατηρήσεων, μπορούμε να μετράμε διαστήματα χρόνου και να ελέγχουμε τις μεταβολές της περιστροφής της Γης με τη βοήθεια των ατομικών ρολογιών (κυρίως καισίου και στροντίου), που η ακρίβειά τους είναι της τάξης του 10^{-16} δευτερόλεπτα ανά δευτερόλεπτο.

1.8.2. Εύρεση του Επίσημου Χρόνου από τον Αληθή Ηλιακό Χρόνο ενός τόπου

Η χώρα μας βρίσκεται στη δεύτερη άτρακτο ανατολικά του Greenwich και έστω E_λ η επίσημη ώρα αυτής. Έστω λ το γεωγραφικό πλάτος του τόπου (το λ θεωρείται αρνητικό ανατολικά του Greenwich) και $E = A - M$ η εξίσωση του χρόνου, όπως αυτή δίδεται στο Σχήμα 1-13, ως η διαφορά του Μέσου ηλιακού χρόνου (Μ) από τον Αληθή ηλιακό χρόνο (Α). Τότε, σύμφωνα με όσα αναφέρονται προηγουμένως, για τον παγκόσμιο χρόνο UT ισχύουν οι σχέσεις:

$$UT = E_\lambda - 2^h,$$

αλλά και

$$UT = M + \lambda \Rightarrow E_\lambda - 2^h = M + \lambda$$

Άρα

$$E_\lambda = M + \lambda + 2^h = A - E + 2^h + \lambda \Rightarrow$$
$$E_\lambda = A + \Delta\ell,$$

όπου

$$\Delta\ell = 2^h + \lambda - E.$$

Η διόρθωση $\Delta\ell = 2^h + \lambda - E = \Delta_1 - E$, (όπου $\Delta_1 = 2^h + \lambda$) είναι αυτή που πρέπει να γίνει στον αληθή ηλιακό χρόνο (που δείχνει ένα ηλιακό ρολόι), για να βρούμε τον επίσημο χρόνο (που δείχνει το ρολόι μας).

Στον Πίνακα 1-Ι δίνονται οι γεωγραφικές συντεταγμένες των ακραίων σημείων της Ελλάδας και η μερική διόρθωση Δ_1.

Πίνακας 1-Ι

Γεωγραφικές συντεταγμένες και η διόρθωση χρόνου για τα ακραία σημεία της Ελλάδος

Ακραίο σημείο	Γεωγραφικό πλάτος	Γεωγραφικό μήκος	Διόρθωση χρόνου (Δ_1)
Βορράς: Χωρίον Ορμένιο	+41°45′	1^h45^m	15^m
Νότος: Νήσος Γαύδος	+34 ° 48′	1^h36^m	24^m
Ανατολή: Νησίδα Στρογγύλη	+36 ° 06′	1^h59^m	1^m
Δύση: Νησίδα Οθωνοί	+39 ° 51′	1^h17^m	43^m

Στον Πίνακα 1-ΙΙ δίνονται οι γεωγραφικές συντεταγμένες και η μερική διόρθωση $Δ_1$ για όλες ελληνικές πόλεις των οποίων ο πληθυσμός κατά την απογραφή του 1991 υπερέβαινε τους 10.000 κατοίκους.

Πίνακας 1-ΙΙ

Γεωγραφικές συντεταγμένες και η διόρθωση χρόνου για ορισμένες ελληνικές πόλεις

Πόλη	Γεωγραφικό πλάτος	Γεωγραφικό μήκος	Διόρθωση χρόνου
Άγιος Νικόλαος	+35º11′	1^h43^m	17^m
Αθήνα	+37º58′	1^h35^m	25^m
Αίγιο	+38º15′	1^h28^m	32^m
Αλεξανδρούπολη	+40º51′	1^h43^m	17^m
Αγρίνιο	+38º37′	1^h26^m	34^m
Αλεξάνδρεια	+40º37′	1^h30^m	30^m
Άμφισσα	+38º31′	1^h30^m	30^m
Αμαλιάδα	+37º48′	1^h25^m	35^m
Άργος	+37º38′	1^h31^m	29^m
Αργοστόλι	+38º00′	1^h22^m	38^m
Άρτα	+39º09′	1^h24^m	36^m
Ασπρόπυργος	+38º03′	1^h34^m	26^m
Αχαρναί	+38º05′	1^h35^m	25^m
Βέροια	+40º31′	1^h29^m	31^m
Βόλος	+39º22′	1^h32^m	28^m
Γιαννιτσά	+40º47′	1^h30^m	30^m
Γρεβενά	+40º05′	1^h26^m	34^m
Δράμα	+41º09′	1^h37^m	23^m
Έδεσσα	+40º48′	1^h28^m	32^m
Ελευσίνα	+38º02′	1^h34^m	26^m
Ερμούπολης	+37º27′	1^h40^m	20^m
Ζάκυνθος	+37º47′	1^h24^m	36^m
Ηγουμενίτσα	+39º30′	1^h21^m	39^m
Ηράκλειο	+35º21′	1^h40^m	20^m
Θεσσαλονίκη	+40º38′	1^h32^m	28^m
Θήβα	+38 19′	1^h33^m	27^m
Ίλιον	+38 05′	1^h35^m	25^m

Ιωάννινα	+39°40′	1^h23^m	37^m
Καβάλα	+40°56′	1^h38^m	22^m
Καλαμάτα	+37°02′	1^h28^m	32^m
Κάλυμνος	+36°57′	1^h48^m	12^m
Καρδίτσα	+39°22′	1^h28^m	32^m
Καρπενήσι	+38°55′	1^h27^m	33^m
Καστοριά	+40°31′	1^h25^m	35^m
Κατερίνη	+40°16′	1^h30^m	30^m
Κέρκυρα	+39°37′	1^h20^m	40^m
Κιλκίς	+40°59′	1^h32^m	28^m
Κοζάνη	+40°18′	1^h27^m	33^m
Κομοτηνή	+41°07′	1^h42^m	18^m
Κόρινθος	+37°56′	1^h32^m	28^m
Κορωπί	+37°54′	1^h35^m	25^m
Κως	+36°54′	1^h49^m	11^m
Λαμία	+38°54′	1^h30^m	30^m
Λάρισα	+39°38′	1^h30^m	30^m
Λεβαδειά	+38°26′	1^h31^m	29^m
Λευκάδα	+38°50′	1^h23^m	37^m
Μάνδρα	+38°04′	1^h34^m	26^m
Μέγαρα	+38°00′	1^h33^m	27^m
Μεσολόγγι	+38°22′	1^h26^m	34^m
Μυτιλήνη	+39°06′	1^h46^m	14^m
Νάουσα	+40°38′	1^h28^m	32^m
Ναύπακτος	+38°23′	1^h27^m	33^m
Ναύπλιο	+37°34′	1^h31^m	29^m
Νέα Μάκρη	+38°07′	1^h20^m	40^m
Ξάνθη	+41°08′	1^h40^m	20^m
Ορεστιάδα	+41°30′	1^h46^m	14^m
Πάτρα	+38°15′	1^h27^m	33^m
Πολύγυρος	+40°22′	1^h34^m	26^m
Πρέβεζα	+38°57′	1^h23^m	37^m
Πτολεμαΐδα	+40°31′	1^h27^m	33^m
Πύργος	+37°40′	1^h26^m	34^m

Ρέθυμνο	+35°22′	1^h38^m	22^m
Ρόδος	+36°26′	1^h53^m	07^m
Σαλαμίνα	+37°58′	1^h34^m	26^m
Σάμος	+37°45′	1^h48^m	12^m
Σέρρες	+41°05′	1^h34^m	26^m
Σπάρτη	+37°04′	1^h30^m	30^m
Τίρναβος	+39°45′	1^h29^m	31^m
Τρίκαλα	+39°33′	1^h27^m	33^m
Τρίπολη	+37°30′	1^h29^m	31^m
Φλώρινα	+40°47′	1^h26^m	34^m
Χαλκίδα	+38°28′	1^h34^m	26^m
Χανιά	+35°31′	1^h36^m	24^m
Χίος	+38°23′	1^h45^m	15^m

1.9. Πάσχα και ημερολόγια

1.9.1. Ημερομηνία του Πάσχα

Η ημερομηνία του Πάσχα καθορίσθηκε κατά την Πρώτη Οικουμενική Σύνοδο στη Νίκαια της Βιθυνίας το 325 μ.Χ. (με παρέμβαση του Μεγάλου Κωνσταντίνου).

Κανόνας εορτασμού του Ορθόδοξου Πάσχα:
Ως ημέρα του Πάσχα στην Ορθόδοξη Χριστιανική Εκκλησία ορίζεται η πρώτη Κυριακή μετά την πρώτη εαρινή Πανσέληνο του παλαιού (Ιουλιανού) ημερολογίου (που συμβαίνει επομένως μετά την 3^{η} Απριλίου με το σημερινό – Γρηγοριανό ημερολόγιο – βλέπε §1.9.2). Ας σημειωθεί όμως, ότι η ημερομηνία της Πανσέληνου υπολογίζεται σύμφωνα με τον κύκλο του Μέτωνος (κάθε 19 περίπου χρόνια έχουμε επανάληψη της Πανσέληνου στις ίδιες ημερομηνίες κάθε μήνα), που αυτήν την εποχή διαφέρει από την ημερομηνία της πραγματικής Πανσέληνου κατά πέντε ημέρες (1 ημέρα κάθε 320 χρόνια).

Κατά τη Σύνοδο της Νίκαιας, οι ημερομηνίες του Πάσχα υπολογίσθηκαν για 532 χρόνια. Μετά από αυτή την περίοδο οι ημερομηνίες του Πάσχα επαναλαμβάνονται περιοδικά επ’ άπειρον.

Σημείωση:

Το 532 είναι το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών:

- 19 (κύκλος Μέτωνος)
- 7 (οι διαφορετικές ημέρες της εβδομάδας) και
- 4 (ο αριθμός των δίσεκτων ετών μέσα στον κύκλο των 19 ετών)

1.9.2. Ημερολόγια

Η πραγματική διάρκεια του έτους, δηλαδή μια πλήρης περιφορά της Γης γύρω από τον Ήλιο, έχει υπολογισθεί (με αρκετά μεγάλη ακρίβεια) ότι είναι 365.2422 ηλιακές ημέρες:

365,2422 ημέρες =365 ημέρες 5 ώρες, 48 πρώτα λεπτά, 46 δεύτερα λεπτά.

Μία (μέση) ηλιακή ημέρα είναι το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών άνω μεσουρανήσεων του (μέσου) Ήλιου και οφείλεται, βέβαια, στην περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της και την κατά μια περίπου μοίρα ανά ημέρα μετατόπισή της στην ετήσια τροχιά της γύρω από τον Ήλιο. Το διάστημα αυτό υπολείπεται κατά 0.0078 (365.25 – 365.2422) ημέρες ή 11 πρώτα λεπτά και 13.92 δεύτερα, από το διάστημα που χρησιμοποιείται από τους αρχαίους Αιγυπτίους και το Ιουλιανό ημερολόγιο (365.25 ημέρες – βλέπε παρακάτω).

Η διάρκεια του έτους που χρησιμοποιείτο στην Αρχαία Αίγυπτο ήταν:

365,25 ημέρες = 12×30 ημέρες + 5 ***επαγόμενες*** ημέρες (για τους θεούς) + 0.25 ημέρες εκτός ημερολογίου

Ιουλιανό ημερολόγιο (Παλαιό ημερολόγιο)

Το Ιουλιανό ημερολόγιο θεσπίσθηκε από τον Ιούλιο Καίσαρα, το 44 π.Χ., μετά από εισήγηση του αστρονόμου και μαθηματικού Σωσιγένη του Αλεξανδρινού. Για να διορθώσει τη μέση διάρκεια ενός έτους από 365 σε 365.25, ο Σωσιγένης εισηγήθηκε κάθε τέσσερα χρόνια να προστίθεται μια ημέρα. Έτσι δημιουργήθηκαν τα δίσεκτα έτη τα οποία έχουν 366 ημέρες. Δίσεκτα είναι τα έτη που διαιρούνται με το 4. Π.χ. τα έτη 2000, 2004, 2008 θεωρούνται δίσεκτα. Όχι, όμως, τα έτη 2001, 2002, 2003.

Μέση διάρκεια έτους: 365 ημέρες + 1 ημέρα κάθε 4 χρόνια = 365.25 ημέρες

Επομένως είναι μεγαλύτερο του πραγματικού έτους κατά 1 ημέρα κάθε 128.2 έτη [(11 πρώτα λεπτά και 13.92 δεύτερα λεπτά ανά έτος) × 128.2 έτη = 1 ημέρα], ή 3 ημέρες, 2 ώρες και 52.8 πρώτα λεπτά κάθε 400 χρόνια.

Γρηγοριανό ημερολόγιο (Νέο ημερολόγιο)

Το Γρηγοριανό ημερολόγιο θεσπίσθηκε από τον Πάπα Γρηγόριο τον ΙΓ′ , το 1582 μ.Χ., μετά από εισήγηση του αστρονόμου Χριστόφορου Κλάβιους (Clavious) και τη συμμετοχή του (επίσης αστρονόμου) Λουΐτζι Λίλιο (Luigi Lilio). Η διόρθωση που εισηγήθηκαν οι δύο αυτοί αστρονόμοι ήταν να μην θεωρούνται δίσεκτα τα έτη των αιώνων που δεν διαιρούνται με το 400. Π.χ. το έτος 2000 θεωρείται δίσεκτο. Όχι, όμως, τα έτη 2100, 2200, 2300. Το έτος 2400 θα είναι δίσεκτο. Έτσι, σε κάθε 400 χρόνια, 3 έτη δεν θεωρούνται δίσεκτα. Η μέση διάρκεια του Γρηγοριανού έτους είναι, επομένως, 365.2425 ημέρες.

Η διαφορά, πλέον, μεταξύ της πραγματικής διάρκειας του έτους (365.2422 ημέρες) και του Γρηγοριανού έτους είναι μόνο 2 ώρες και 52.8 πρώτα λεπτά ανά 400 χρόνια. Παρόλο που η διαφορά αυτή είναι μικρή, το Γρηγοριανό ημερολόγιο “χάνει” μια ημέρα κάθε 3200 χρόνια περίπου.

Σημείωση:

Το νέο ημερολόγια καθιερώθηκε στην Ιταλία, την Πολωνία και την Πορτογαλία την *Παρασκευή 5 Οκτωβρίου 1582*, ημερομηνία, η οποία μετονομάσθηκε *Παρασκευή, 15 Οκτωβρίου 1582* (10 ημέρες διαφορά). Λίγους μήνες αργότερα καθιερώθηκε στη Γαλλία, στο Βέλγιο, στο Λουξεμβούργο και σε μερικές περιοχές της Ολλανδίας και την Ελβετίας. Οι χώρες αυτές ήταν όλες Καθολικές. Τρία χρόνια αργότερα είχε καθιερωθεί και στις Καθολικές περιοχές της Γερμανίας, της Αυστρίας και της Τσεχοσλοβακίας. Το 1587 καθιερώθηκε και στην Ουγγαρία. Έτσι το νέο ημερολόγιο ίσχυε πλέον στις περισσότερες Καθολικές χώρες και περιοχές της Ευρώπης. Εκτός από την Πρωσία, στην οποία το Γρηγοριανό ημερολόγιο καθιερώθηκε το 1610 (όπου η *23 Αυγούστου* μετονομάσθηκε *2 Σεπτεμβρίου*), αρκετές περιοχές που κυριαρχούσαν οι Διαμαρτυρόμενοι (όπως η Δανία – η οποία τότε περιελάμβανε και τη Νορβηγία –, καθώς και οι υπόλοιπες περιοχές της Γερμανίας, της Ελβετίας και της Ολλανδίας) απεδέχθησαν το Γρηγοριανό ημερολόγιο το 1700/01. Στη Βρετανία και στις αποικίες της, καθώς και τις Ηνωμένες Πολιτείες, το Γρηγοριανό ημερολόγιο καθιερώθηκε το 1752, όταν η *3 Σεπτεμβρίου* μετονομάσθηκε *14 Σεπτεμβρίου* (11 ημέρες διαφορά). Στη Σουηδία καθιερώθηκε στις *18 Φεβρουαρίου 1753*, ημερομηνία η οποία μετονομάσθηκε *1 Μαρτίου 1753*.

Είναι φανερό ότι η καθιέρωση ή μη του Νέου ημερολογίου ήταν περισσότερο θρησκευτικό παρά πολιτικό ζήτημα. Έτσι στην ανατολική και νοτιοανατολική Ευρώπη, όπου οι λαοί ζούσαν υπό τον Οθωμανικό ζυγό, δεν είχε εγερθεί θέμα μετατροπής του ημερολογίου. Με την υποχώρηση της Οθωμανικής αυτοκρατορίας και άλλες χώρες και περιοχές της Ευρώπης απεδέχθησαν το Γρηγοριανό ημερολόγιο, όπως για παράδειγμα η Αλβανία το 1912. Λίγο αργότερα, κατά τη διάρκεια του Α′ Παγκοσμίου πολέμου, πολλές χώρες, όπως η Λετονία και η Λιθουανία υποχρεώθηκαν να το αποδεχθούν στη δε Ρωσία καθιερώθηκε κατά τη διάρκεια της Ρωσικής επανάστασης το 1918. οπότε η *1 Φεβρουαρίου*, μετονομάσθηκε *14 Φεβρουαρίου*.

Στη χώρα μας το Γρηγοριανό ημερολόγιο καθιερώθηκε το 1923, όταν η *16 Φεβρουαρίου* μετονομάσθηκε *1 Μαρτίου* (13 ημέρες διαφορά). Έτσι στη χώρα μας δεν υπάρχουν οι ημερομηνίες μεταξύ 15 Φεβρουαρίου 1923 και 1 Μαρτίου 1923.

Ασκήσεις

1) Με τη βοήθεια του ομοιώματος της ουράνιας σφαίρας (Σχήμα 1.20), που δίνεται από το Εργαστήριο κατά την ώρα της άσκησης, να βρεθούν οι οριζόντιες συντεταγμένες ενός αστέρα Σ (α, δ) τη χρονική στιγμή Ε (Επίσημος χρόνος Ελλάδας) για έναν παρατηρητή της Θεσσαλονίκης ($\varphi_\Theta = 40°37'$, $\lambda_\Theta = -1^h32^m$).

Στην επιφάνεια του ομοιώματος της ουράνιας σφαίρας έχουν τοποθετηθεί οι πιο γνωστοί από τους αστερισμούς με τους λαμπρότερους αστέρες τους καθώς επίσης ο ουράνιος ισημερινός (1), η εκλειπτική (2) και ορισμένοι μεσημβρινοί και παράλληλοι κύκλοι της.

Η βάση πάνω στην οποία στηρίζεται το ομοίωμα της ουράνιας σφαίρας έχει έναν οριζόντιο κύκλο (3), που είναι

Σχήμα 1-20. *Ομοίωμα της ουράνιας σφαίρας.*

σταθερός και διαιρεμένος σε 360° (αζιμουθιακός) και έναν κατακόρυφο (4), που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τη διεύθυνση της κατακόρυφου. Το κατακόρυφο αυτό ημικύκλιο είναι διαιρεμένο υψομετρικά (0° - 90°) και πάνω του ολισθαίνει μια ακίδα (5).

Προκειμένου να βρούμε τις οριζόντιες συντεταγμένες του αστέρα Σ κάνουμε τις παρακάτω ενέργειες:

Φέρνουμε την ένδειξη 0° του υψομετρικού κύκλου σε σύμπτωση με την ένδειξη 180° του αζιμουθιακού. Παίρνουμε στον υψομετρικό κύκλο τόξο ίσο με το γεωγραφικό πλάτος της Θεσσαλονίκης (έξαρμα του Βόρειου Πόλου). Μετακινούμε τη σφαίρα μέχρις ότου φέρουμε το βόρειο πόλο της στην ένδειξη αυτή και με τη βοήθεια της ακίδας τη σταθεροποιούμε. Στη θέση αυτή το κατακόρυφο ημικύκλιο συμπίπτει με το μεσημβρινό του τόπου.

Παίρνουμε στον υψομετρικό κύκλο τόξο ίσο με το γεωγραφικό πλάτος της Θεσσαλονίκης (έξαρμα του Βόρειου Πόλου). Μετακινούμε τη σφαίρα μέχρις ότου φέρουμε το βόρειο πόλο της στην ένδειξη αυτή και με τη βοήθεια της ακίδας τη σταθεροποιούμε. Στη θέση αυτή το κατακόρυφο ημικύκλιο συμπίπτει με το μεσημβρινό του τόπου.

iii) Περιστρέφουμε προσεκτικά τη σφαίρα και παίρνουμε πάνω στον ισημερινό τόξο ίσο με τον αστρικό χρόνο που αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή Ε. Η θέση που έχει τώρα η σφαίρα είναι εκείνη που αντιστοιχεί κατά την παρατήρηση του αστέρα Σ στον τόπο της παρατήρησης και τη χρονική στιγμή Ε.

iv) Ελευθερώνουμε τη σφαίρα από τον υψομετρικό κύκλο και τον μετακινούμε με μεγάλη προσοχή ώστε να μη μετακινηθεί η σφαίρα μέχρις ότου γίνει κατακόρυφος κύκλος του αστέρα. Στη συνέχεια βρίσκουμε τις οριζόντιες συντεταγμένες του αστέρα από τον αζιμουθιακό κύκλο (3) και τον κατακόρυφο (4).

Υπολογισμός Αστρικού Χρόνου Θεσσαλονίκης

i) Βρίσκουμε τον Παγκόσμιο χρόνο $UT = E - 2$ τη στιγμή της παρατήρησης

ii) Ο χρόνος αυτός είναι ένα διάστημα μέσου χρόνου, *Δμ*, που διέρρευσε από το μέσο μεσονύχτιο της ημέρας αυτής στο Greenwich και το μετατρέπουμε σε διάστημα αστρικού χρόνου, *Δα*, με τη βοήθεια της σχέσης (1.22).

iii) Βρίσκουμε τον αστρικό χρόνο του Greenwich (t_G)

$$t_G = T_o + \Delta\alpha,$$

όπου T_o ο αστρικός χρόνος του μέσου μεσονύχτιου στο Greenwich της ημέρας της παρατήρησης και δίδεται στις Αστρονομικές Εφημερίδες που εκδίδονται για κάθε έτος υπό την επίβλεψη της Διεθνούς Αστρονομικής Επιτροπής (IAU).

iv) Βρίσκουμε τον αστρικό χρόνο της Θεσσαλονίκης (t_Θ)

$$t_\Theta = t_G - \lambda_\Theta$$

2) Να επαναληφθεί η άσκηση (1) με τη βοήθεια του τριγώνου θέσης.

Από τη σχέση $t_\Theta = \alpha + H$ υπολογίζουμε την ωριαία γωνία (H) του αστέρα Σ κατά τη στιγμή της παρατήρησης του.

Στη συνέχεια επιλύουμε το τρίγωνο θέσης $\Pi Z_v \Sigma$ (Σχήμα 1-14) του αστέρα Σ, με τη βοήθεια των σχέσεων:

$$\eta\mu\, \upsilon = \eta\mu\varphi\ \eta\mu\delta + \sigma\upsilon\nu\varphi\ \sigma\upsilon\nu\delta\ \sigma\upsilon\nu H$$
$$\eta\mu\, A = \sigma\upsilon\nu\delta\ \eta\mu H / \sigma\upsilon\nu\, \upsilon.$$

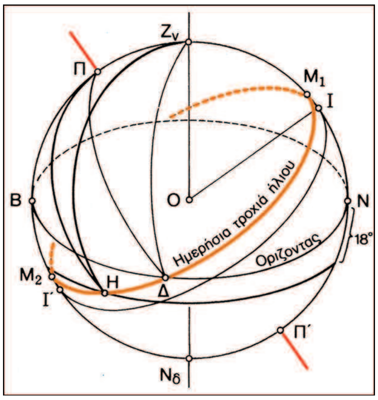
3) Να βρεθούν οι ουρανογραφικές συντεταγμένες των αστέρων που δίνονται κατά τη διάρκεια του εργαστηρίου, χρησιμοποιώντας το ομοίωμα της ουράνιας σφαίρας.

4) Σε ποιον αστερισμό βρίσκεται ο Ήλιος στις 22 Ιουνίου;

5) Ποια είναι η ορθή αναφορά του Ήλιου κατά τη φθινοπωρινή ισημερία;

6) Σε ποιον αστερισμό βρίσκεται ο Ήλιος την ημέρα των γενεθλίων σας;

7) Να βρεθεί η διάρκεια της ημέρας στη Θεσσαλονίκη σήμερα. Ποια είναι η διάρκεια της μεγαλύτερης ημέρας του χρόνου στην πόλη μας;



Σχήμα 1-21. *Διάρκεια του Αστρονομικού λυκόφωτος.*

8) Γνωρίζουμε ότι το αστρονομικό λυκαυγές αρχίζει όταν ο Ήλιος έχει ύψος υ = –18° και λήγει με την ανατολή του, ενώ το αστρονομικό λυκόφως αρχίζει με τη δύση του και λήγει όταν φθάσει σε ύψος υ = – 18°. Να βρεθεί η διάρκεια του λυκόφωτος για σήμερα στην πόλη σας (Σχήμα 1-21).

9) Το ραδιοπαρατηρητήριο Chatanika στην Αλάσκα (Incoherent Scatter Facility) έχει γεωγραφικό πλάτος φ = + 65° 6’. Τις νύκτες που το παρατηρητήριο δεν βυθίζεται σε απόλυτο σκοτάδι, τι τιμές παίρνει η απόκλιση του Ήλιου;

10) Να δειχθεί ότι ο χρόνος μεταξύ της χρονικής στιγμής κατά τον οποίο ένας αστέρας έχει ζενίθεια απόσταση Z και της άνω μεσουράνησής του δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma\upsilon\nu\ H = -\varepsilon\varphi\ \varphi \times \varepsilon\varphi\ \delta + \tau\varepsilon\mu\varphi \times \tau\varepsilon\mu\ \delta \times \sigma\upsilon\nu\ Z$$

11) Να υπολογιστούν οι ουρανογραφικές συντεταγμένες του μεταβλητού αστέρα EV Lac σήμερα, εάν γνωρίζουμε ότι οι συντεταγμένες του το 1950.0 ήταν

($\alpha = 22^h 44^m 39^s.92$, $\delta = +44^o 04' 35''.4$)