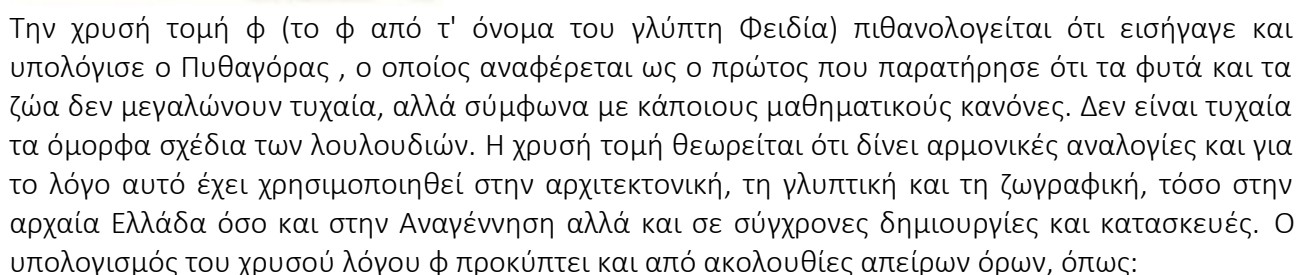


ΘΕΜΑ Α



$$1. \quad \varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

$$2. \quad \varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

3. Απ' το πηλίκο δύο διαδοχικών όρων της ακολουθίας **Fibonacci** :

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34....

όπου κάθε όρος προκύπτει απ' το άθροισμα των δύο προηγούμενων $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ ξεκινώντας με δύο πρώτους όρους f_1, f_2 τα 0, 1 αντίστοιχα.

π.χ. το πηλίκο $f_{10}/f_9 = 34/21$ διαφέρει από το ϕ περίπου 0,001.

Όσο περισσότερους όρους υπολογίσουμε σε κάθε ακολουθία τόσο καλύτερη προσέγγιση του ϕ πετυχαίνουμε.

Ζητείται να γράψετε πρόγραμμα σε "ΓΛΩΣΣΑ" το οποίο να υπολογίζει διαδοχικά τους

20 πρώτους όρους κάθε μιας από τις τρεις παραπάνω ακολουθίες και να εμφανίζει

τον αύξοντα αριθμό (1 ή 2 ή 3) αυτής που ο 20^{ος} όρος της (για τη **Fibonacci** το πηλίκο f_{21}/f_{20})

προσεγγίζει ακριβέστερα την τιμή $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

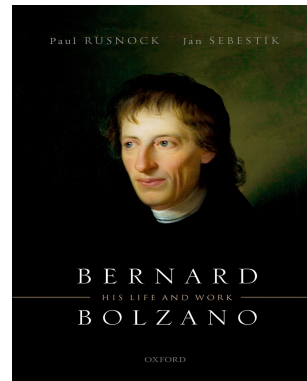
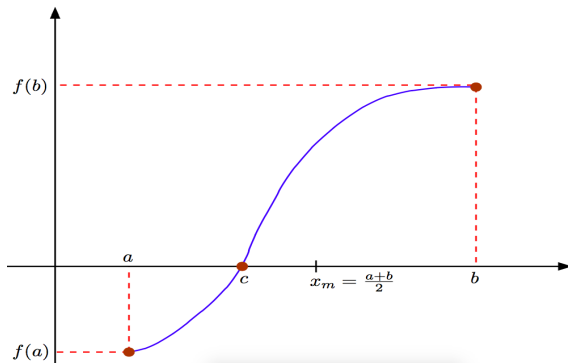
Υπόδειξη: Για τις δύο πρώτες ακολουθίες αναγράφονται παρακάτω οι 3 πρώτοι όροι τους. Παρατηρήστε πως προκύπτει ο κάθε όρος τους σε σχέση με τον προηγούμενό του.

$$1^{\text{η}} \text{ ακολουθία: } \phi_1 = \sqrt{1}, \phi_2 = \sqrt{1+\sqrt{1}}, \phi_3 = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}} \dots$$

$$2^{\text{η}} \text{ ακολουθία: } \phi_1 = 1, \phi_2 = 1 + \frac{1}{1}, \phi_3 = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} \dots$$

Σημείωση: Μία απ' τις 3 ακολουθίες προσεγγίζει ακριβέστερα την τιμή ϕ με τον 20^ο όρο της (η **Fibonacci** με το πηλίκο f_{21}/f_{20}).

ΘΕΜΑ Β



Η επίλυση μιας πολυωνυμικής εξίσωσης $f(x) = 0$ με τη μέθοδο διχοτόμησης (στηριγμένη στο Θεώρημα Bolzano) περιγράφεται με τα παρακάτω βήματα:

βήμα 1. Επιλέγουμε δύο τιμές a, b , με $a < b$ έτσι ώστε η $f(x)$ να είναι συνεχής στο $[a, b]$ και να ισχύει $f(a)f(b) < 0$.

βήμα 2. Θέτουμε $x = (a+b)/2$.

βήμα 3. Αν το x είναι ικανοποιητική προσέγγιση της ρίζας πηγαίνουμε στο βήμα 6 (δηλαδή όταν $|f(x)| \leq \epsilon$ όπου ϵ η ζητούμενη προσέγγιση).

βήμα 4. Αν ισχύει ότι $f(a)f(x) > 0$ τότε θέτουμε $a = x$. Αλλιώς, θέτουμε $b = x$.

βήμα 5. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία από το βήμα 2.

βήμα 6. Τέλος.

Παρατηρήστε ότι σε κάθε επανάληψη χρειαζόμαστε ένα νέο υπολογισμό της τιμής της συνάρτησης $f(x)$.

Βασιζόμενοι στον παραπάνω αλγόριθμο να γράψετε πρόγραμμα που επιλύει την εξίσωση $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10$ για $a=1$ και $b=2$ δηλαδή στο διάστημα $[1, 2]$ με προσέγγιση χιλιοστού ($\epsilon = 0,001$ δηλαδή όταν η απόλυτη τιμή της συνάρτησης $f(x)$ γίνει $|f(x)| < 0,001$).

ΘΕΜΑ Γ (προαιρετικό)

Κατασκευή εκπαιδευτικού παιχνιδιού εκμάθησης της προπαίδειας

Να συντάξετε πρόγραμμα σε Γλώσσα προγραμματισμού Python, το οποίο να υλοποιεί ένα εκπαιδευτικό παιχνίδι για μικρά παιδιά του Δημοτικού, που θα τα παρακινεί στην εκμάθηση της προπαίδειας του 10.

Πιο συγκεκριμένα να εμφανίζει επαναληπτικά ένα ζεύγος δύο τυχαίων αριθμών με τιμές από 1 μέχρι και 10 και να ζητά και να διαβάζει το γινόμενο τους. (π.χ. να εμφανίζει $7 \times 8 =$) και να διαβάζει την απάντηση του παίκτη ή της παίκτριας.

Μετά από κάθε αποτυχημένη προσπάθεια να εμφανίζει το σωστό γινόμενο, ενώ σε κάθε επιτυχημένη, μήνυμα επιβράβευσης.

Ακόμη να εμφανίζει το πλήθος των επιτυχημένων και αποτυχημένων προσπαθειών.

Το παιχνίδι να τερματίζεται όταν δοθούν 7 λανθασμένες απαντήσεις ή όταν δοθεί ως απάντηση η τιμή 0.

Για την εκτέλεση του παιχνιδιού να ζητείται αρχικά ένα password (το οποίο θα ορίζεται εσωτερικά στο πρόγραμμα). Μετά από 3 διαδοχικές λανθασμένες εισαγωγές του password το πρόγραμμα να τερματίζεται.

Προαιρετική επέκταση: Να σχεδιαστεί κατάλληλο (φιλικό-θελκτικό) διαδραστικό περιβάλλον στην οθόνη του υπολογιστή και να συνδυαστεί το παιχνίδι με τη σχεδίαση “κρεμάλας” για κάθε αποτυχημένη προσπάθεια.

Οδηγίες:

Να επεξεργαστείτε τουλάχιστον δύο θέματα.

Να μεταφέρετε και να δοκιμάσετε την ορθότητα των Αλγορίθμων που προτείνετε, σ' ένα απ' τα δύο προγραμματιστικά περιβάλλοντα που χρησιμοποιούμε στην τάξη:

(Διερμηνευτής της ΓΛΩΣΣΑΣ <https://alkisg.mysch.gr/downloads/>) ή

(ΓλωσσοΜάθεια <https://spinet.gr/glossomatheia/download/>

Για να “κατεβάσετε” την Python : <https://www.python.org/downloads/>

Κάθε ομάδα να στείλει τις απαντήσεις της με e-mail στη διεύθυνση nobody@sch.gr, μέχρι και 16/5/2025.