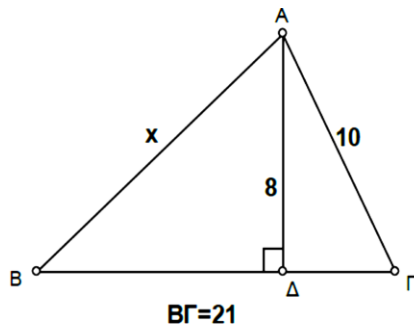


ΑΣΚΗΣΗ 1

Στο παρακάτω τρίγωνο να βρεθεί α) Το μήκος ΔΓ β) Το μήκος x

Λύση Α



α) Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΑΔΓ:

$$\begin{aligned} A\Gamma^2 &= A\Delta^2 + \Gamma\Delta^2 \quad \text{άρα} \\ 10^2 &= 8^2 + \Gamma\Delta^2 \quad \text{άρα} \quad 100 = 64 + \Gamma\Delta^2 \\ \text{άρα } \Gamma\Delta^2 &= 100 - 64 \quad \text{άρα } \Gamma\Delta^2 = 36 \quad \text{άρα} \\ \Gamma\Delta &= \sqrt{36} \quad \text{άρα} \quad \boxed{\Gamma\Delta = 6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Αφού } \Gamma\Delta &= 6 \text{ και } B\Gamma = 21 \text{ άρα } B\Delta = 21 - 6 = 15 \\ \text{άρα } \boxed{B\Delta = 15} \end{aligned}$$

β) Για να βρούμε τώρα το x θα εφαρμόσουμε Π.Θ στο τρίγωνο ΑΒΔ. Έχουμε:

$$\begin{aligned} AB^2 &= A\Delta^2 + B\Delta^2 \quad \text{άρα } x^2 = 8^2 + 15^2 \quad \text{άρα } x^2 = 64 + 225 \text{ άρα } x^2 = 289 \quad \text{άρα} \\ x &= \sqrt{289} \quad \text{άρα} \quad \boxed{x = 17}, \text{ αφού } 17^2 = 289 \end{aligned}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με περίμετρο 48cm. Αν $AB = 3x - 3$, $ΑΓ = 3x + 1$ και $B\Gamma = 4x$

(α) Να βρεθεί το x

(β) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο

α) Το τρίγωνο ΑΒΓ έχει περίμετρο 48 cm. Άρα Αν προσθέσω τα μήκη των τριών πλευρών του θα έχουν άθροισμα 48 cm. Οπότε: $AB + B\Gamma + ΑΓ = 48$ cm

$$\begin{aligned} \text{άρα } (3x - 3) + (4x) + (3x + 1) &= 48 \quad \text{άρα } 3x - 3 + 4x + 3x + 1 = 48 \\ \text{άρα } 3x + 4x + 3x &= 48 - 1 + 3 \quad \text{Άρα } 10x = 50 \quad \text{Οπότε : } x = \frac{50}{10} \text{ και τελικά } \boxed{x=5} \end{aligned}$$

β) Αφού $x = 5$ οι πλευρές του τριγώνου θα είναι :

$$AB = 3x - 3 = 3 \cdot 5 - 3 = 15 - 3 = 12 \text{ cm}, \quad ΑΓ = 3x + 1 = 3 \cdot 5 + 1 = 15 + 1 = 16 \text{ cm}, \quad B\Gamma = 4x = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Άρα λοιπόν } AB = 12 \text{ cm}, \quad ΑΓ = 16 \text{ cm}, \quad B\Gamma = 20 \text{ cm}$$

Για να εξετάσουμε αν αυτό το τρίγωνο είναι ορθογώνιο θα χρησιμοποιήσουμε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

$$\text{Παίρνουμε την μεγαλύτερη πλευρά στο τετράγωνο } ΑΓ^2 = 16^2 = 256$$

Παίρνουμε το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών :

$$AB^2 + B\Gamma^2 = 12^2 + 20^2 = 144 + 400 = 544$$

Αφού το τετράγωνο της υποτείνουσας δεν είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δυο άλλων πλευρών το τρίγωνο δεν είναι ορθογώνιο

ΑΣΚΗΣΗ 3

Σε ισοσκελές τραπέζιο με $AD \parallel BG$ και $AB = GD$ δίνονται $AD = 24\text{cm}$, $BG = 8\text{cm}$, $GD = 10\text{cm}$ και $AK = MD$

Να υπολογίσετε

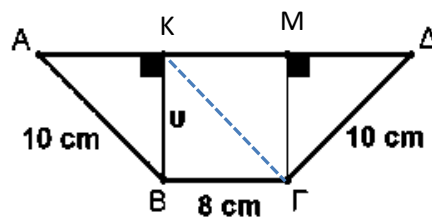
α) το ύψος του τραpezίου.

β) το εμβαδό (ΑΒΓΔ) του τραpezίου.

γ) Το μήκος του ΚΓ

δ) Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΑΒΓΚ

ε) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΚΓΔ είναι ορθογώνιο



α) Η πλευρά $AD = 24\text{ cm}$ και το $KMGB$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο .
Άρα $KM = 8\text{ cm}$. Οπότε τα AK και MD μαζί και τα δύο θα είναι $24 - 8 = 16\text{ cm}$.

Όμως αφού τα AK και MD είναι ίσα άρα το καθένα θα είναι 8 cm .

Εφαρμόζουμε τώρα Π.Θ στο AKB

$AB^2 = KA^2 + KB^2$ άρα $10^2 = 8^2 + v^2$ άρα $v^2 = 100 - 64$ άρα $v^2 = 36$ άρα $v = \sqrt{36}$
οπότε $\boxed{v = 6}$

β) Είναι $E = \frac{(B+b)v}{2} = \frac{(AD+BG)v}{2} = \frac{(24+8)6}{2} = \frac{32 \cdot 6}{2} = 96\text{ cm}^2$

γ) Με Π.Θ στο KBG έχουμε :

$KG^2 = BG^2 + KB^2$ άρα $KG^2 = 8^2 + 6^2$ άρα $KG^2 = 64 + 36$ άρα $KG^2 = 100$ άρα
 $KG = \sqrt{100}$ οπότε $\boxed{KG = 10}$

δ) Το εμβαδόν παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο της βάσης επί το αντίστοιχο ύψος

Άρα $(ABGK) = BG \cdot v = 8 \cdot 6 = 48\text{ cm}^2$

ε) Για να εξετάσουμε αν το τρίγωνο KDG είναι ορθογώνιο θα χρησιμοποιήσουμε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Καταρχήν: $KG = 10$, $GD = 10$, $KD = KM + MD = 8 + 8 = 16$

Παίρνουμε την μεγαλύτερη πλευρά στο τετράγωνο $KD^2 = 16^2 = 256$

Παίρνουμε το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών :

$$KG^2 + DG^2 = 10^2 + 10^2 = 100 + 100 = 200$$

Αφού το τετράγωνο της υποτείνουσας δεν είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δυο άλλων πλευρών το τρίγωνο δεν είναι ορθογώνιο