

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α . 7

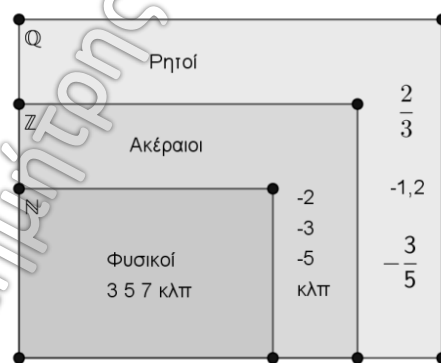
ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ποιους αριθμούς ονομάζουμε ομόσημους και ποιους ετερόσημους;
2. Ποιους αριθμούς ονομάζουμε ακέραιους;
3. Ποιους αριθμούς ονομάζουμε ρητούς;
4. Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού;
5. Τι παριστάνει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού;
6. Πότε δύο αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι;
7. Από δύο θετικούς ρητούς ποιος είναι ο μεγαλύτερος;
8. Από δύο αρνητικούς ρητούς ποιος είναι ο μεγαλύτερος;
9. Ποιος ρητός είναι μεγαλύτερος ; Ένας θετικός ή ένας αρνητικός;
10. Πως προσθέτουμε δύο ρητούς αριθμούς;
11. Πως αφαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;
12. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ρητούς αριθμούς;
13. Πως πολλαπλασιάζουμε πολλούς (πάνω από δύο) ρητούς αριθμούς;
14. Ποιοι ρητοί ονομάζονται αντίστροφοι ;
15. Πώς διαιρούμε δυο ρητούς ;

A.7.1. ΘΕΤΙΚΟΙ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

- α. **Πρόσημα** λέγονται τα σύμβολα « + » και « - » και τα γράφουμε πριν από τους αριθμούς εκτός από το μηδέν.
- β. **Θετικός αριθμός** λέγεται ο αριθμός που έχει πρόσημο « + »
- γ. **Αρνητικός αριθμός** λέγεται ο αριθμός που έχει πρόσημο « - »
- δ. Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός
- ε. Όταν μπροστά από έναν αριθμό δεν έχουμε κανένα πρόσημο, εννοούμε ότι είναι θετικός, δηλαδή έχει πρόσημο « + »
- στ. **Ομόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο
- ζ. **Ετερόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο
- η. **Ακέραιοι αριθμοί** είναι οι φυσικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς
- θ. **Ρητοί αριθμοί** είναι αυτοί που μπορούν να γραφούν σε μορφή κλάσματος με ακέραιους όρους και παρονομαστή διάφορο του μηδενός
- ι. Οι φυσικοί αριθμοί περιέχονται στους ακέραιους, και οι ακέραιοι στους ρητούς
- ια. Άξονα x' x ονομάζουμε τον ημιάξονα Ox (δεξιά του O) και τον αντικείμενο του Ox' (αριστερά του O) μαζί.
- ιβ. Θετικός ημιάξονας ονομάζεται ο ημιάξονας Ox
- ιγ. Αρνητικός ημιάξονας ονομάζεται ο ημιάξονας Ox'
- ιδ. Σε κάθε ρητό αριθμό αντιστοιχεί ένα σημείο A ενός άξονα x' O x , ο ρητός αυτός αριθμός ονομάζεται τετμημένη του σημείου A



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα με τους αριθμούς :

$2, -7, +9, -11, 9, \frac{9}{8}, -\frac{12}{7}$

Θετικοί αριθμοί	
Αρνητικοί Αριθμοί	

2. Στον παρακάτω πίνακα να σημειώσετε το είδος του κάθε αριθμού που αναφέρεται στην πρώτη στήλη

Αριθμός	Φυσικός	Ακέραιος	Ρητός	Θετικός	Αρνητικός
3					
-8					
-11,2					
$\frac{5}{3}$					
$-\frac{2}{4}$					
$\frac{8}{2}$					

- 3.** Στον παρακάτω πίνακα να σημειώσετε εάν οι αριθμοί της πρώτης στήλης είναι Ομόσημοι ή ετερόσημοι

Αριθμοί	Ομόσημοι	Ετερόσημοι
2 , -4		
3,+4		
-6 , $\frac{7}{8}$		
+1821,- 2016		
999 , 512		
-11 , -23.7		
8 , -4, -19		
-12 , -20 , -89		
7 , 9,+ 11		

- 4.** Στον παρακάτω άξονα των ρητών αριθμών να τοποθετήσετε τους αριθμούς

$$\alpha = -3 , \beta = 1 , \gamma = 8.5 , \delta = -6 , \epsilon = -7 , \zeta = -\frac{11}{2} , \eta = \frac{6}{2} , \theta = \frac{5}{2} , \iota = -\frac{250}{10},$$



- 5.** Ένας έμπορος στο τέλος του μήνα διαπίστωσε ότι εισέπραξε 2300€ και ότι χρωστάει στους προμηθευτές 2500 € . Μπορείς να βρεις έναν αριθμό που να εκφράζει το κέρδος ή την ζημία του εμπόρου για τον μήνα αυτό;

- 6.** Στον παρακάτω άξονα των ρητών αριθμών να τοποθετήσετε τα σημεία :

A με τετμημένη 6

B με τετμημένη -5

Γ με τετμημένη -2

Δ με τετμημένη 4

και στην συνέχεια να βρείτε τα συμμετρικά τους σημεία ως προς το σημείο O , καθώς και την τετμημένη αυτών



Τα αποτελέσματά σας να τα καταγράψετε στον επόμενο πίνακα

Σημείο	Τετμημένη	Συμμετρικό σημείο	Τετμημένη Συμμετρικού
A	6		
B	-5		
Γ	-2		
Δ	-4		

7. Μια μέρα του περσινού Φεβρουαρίου η θερμοκρασία κυμάνθηκε από -2 έως 5 βαθμούς Κελσίου. Αν συμβολίσουμε την θερμοκρασία με x να βρείτε τις ακέραιες τιμές που μπορεί να πάρει ο x .

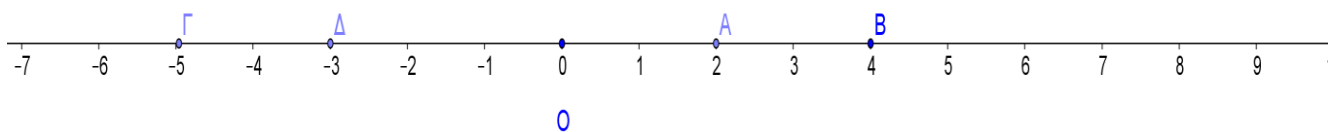
8. Ένας ακέραιος αριθμός a είναι ανάμεσα από το $-2,5$ και το $3,8$. Μπορείτε να τον βρείτε;

ΘΥΜΟΜΑΣΤΕ – ΜΑΘΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕΛ 115

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΣΕΛ 117 : 1, 2,3,4,5,6,

A.7.2. ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ – ΑΝΤΙΘΕΤΟΙ – ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΡΗΤΩΝ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



- Πόσες μονάδες απέχει από την αρχή Ο το σημείο Α;.....
- Πόσες μονάδες απέχει από την αρχή Ο το σημείο Β;.....
- Πόσες μονάδες απέχει από την αρχή Ο το σημείο Γ;.....
- Πόσες μονάδες απέχει από την αρχή Ο το σημείο Δ;.....

Απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α είναι η απόσταση που έχει το σημείο με τετμημένη α από την αρχή Ο του άξονα.

Την απόλυτη τιμή του αριθμού α την συμβολίζουμε με $|α|$.

Άρα

- $|+4| = \dots\dots\dots$
- $|-4| = \dots\dots\dots$
- $|+3| = \dots\dots\dots$
- $|-2,5| = \dots\dots\dots$
- $|-3| = \dots\dots\dots$

Αντίθετοι είναι οι αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν ίδια απόλυτη τιμή

Έτσι αντίθετοι είναι οι +3 και -3

αντίθετοι είναι οι.....και.....

αντίθετοι είναι οι.....και.....

Γενικά ο αντίθετος του x είναι ο $-x$

Έτσι ο αντίθετος του +2 είναι ο -2

ο αντίθετος του +6 είναι ο

ο αντίθετος του -2 είναι ο

ο αντίθετος του -9 είναι ο

Γενικά :

A) Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός .

B) Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετός του αριθμός .

Γ) Η απόλυτη τιμή του 0 είναι το 0

Κανόνας 1

$$|+7,4| = \dots\dots\dots$$

$$|-2,1| = \dots\dots\dots$$

$$|-2019| = \dots\dots\dots$$

$$|+341,5| = \dots\dots\dots$$

Βρες δυο αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή το 12.....

Βρες δυο αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή το 4.....

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΡΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Για να συγκρίνω δυο ρητούς αριθμούς :

Κανόνας 2

- Μεγαλύτερος από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα πάνω στον άξονα
- Κάθε θετικός ρητός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό ρητό
- Το 0 είναι από κάθε θετικό αριθμό
- Το 0 είναι από κάθε αρνητικό αριθμό



Να βάλετε το σύμβολο $>$ ή $<$ σε καθένα από τα παρακάτω:

$$0 \dots\dots 3$$

$$-3 \dots\dots +6$$

$$8 \dots\dots -1,4$$

$$-2 \dots\dots 0$$

$$6 \dots\dots -11$$

$$-21 \dots\dots 1$$

Ακόμη :

Κανόνας 3

- Αν έχω δύο θετικούς αριθμούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή
- Αν έχω δύο αρνητικούς αριθμούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει την μικρότερη απόλυτη τιμή

Να βάλετε το σύμβολο $>$ ή $<$ σε καθένα από τα παρακάτω:

$$+2 \dots\dots 3 \text{ γιατί } \dots\dots\dots$$

$$-3 \dots\dots -8 \text{ γιατί } \dots\dots\dots$$

$$-10 \dots\dots -1 \text{ γιατί } \dots\dots\dots$$

$$+2 \dots\dots 11 \text{ γιατί } \dots\dots\dots$$

$$-626 \dots\dots -11 \text{ γιατί } \dots\dots\dots$$

$$-1,5 \dots\dots -1,6 \text{ γιατί } \dots\dots\dots$$

$$-1 \dots\dots -2 \text{ γιατί } \dots\dots\dots$$

$$-19 \dots\dots -18 \text{ γιατί } \dots\dots\dots$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

9. Να βρείτε την απόλυτη τιμή των αριθμών :

$$+7, -8, -\frac{3}{4}, -7.8, +2019, -2018, -0.0001, \frac{34}{56}$$

10. Να βρείτε ποιοι αριθμοί έχουν απόλυτη τιμή 23.....

11. Να βρείτε ποιοι αριθμοί έχουν απόλυτη τιμή 0.....

12. Υπάρχει ρητός αριθμός με απόλυτη τιμή -3;.....

13. Να γράψετε όλους τους ακέραιους που έχουν απόλυτη τιμή μικρότερη του 6
.....

14. Να γράψετε όλους τους ακέραιους που έχουν απόλυτη τιμή μικρότερη ή ίση του 4
.....

15. Να γράψετε όλους τους φυσικούς που έχουν απόλυτη τιμή μικρότερη του 8
.....

16. Να γράψετε 3 αρνητικούς ρητούς με απόλυτη τιμή μεγαλύτερη του 12
.....

17. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Αριθμός	1	9	-8	6	-110
Αντίθετος αριθμού					
Απόλυτη τιμή Αριθμού					

18. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Αριθμός	-8		802			$\frac{3}{5}$		$\frac{2}{7}$
Αντίθετος αριθμού		9		-11		2,1		
Απόλυτη τιμή Αριθμού					7		$\frac{8}{3}$	

19. Να συγκρίνετε τους παρακάτω αριθμούς :

5		7
-3		6
-8		-4
-11		-32
0		+3
-23		0
7		-2

- 20.** Να συμπληρώσετε το σύμβολο $<$ ή $>$ ή $=$ στα παρακάτω
- $0 \dots 2$, $-3 \dots 0$, $+3 \dots 5$, $-6 \dots +8$,
 $12 \dots -13$, $-11 \dots -12$, $-2 \dots -1$, $|-3| \dots 3$,
 $|-34| \dots -34$, $-\frac{1}{3} \dots -\frac{2}{3}$, $-(-3) \dots +3$, $-(-2) \dots 2$,
 $-(+8) \dots +8$ $-(-4) \dots 4$ $-(-(-5)) \dots 5$

- 21.** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x	2	-3	8	-4	0
 x 					
-x					
-(-x)					
- x 					

- 22.** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x	-11				
 x 		12			
-x			13		
-(-x)				14	
- x 					-5

- 23.** Να γράψετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς :
- -4 , 6 , $\frac{9}{2}$, $-\frac{1}{3}$, 8 , -13 , $-\frac{8}{3}$, 5
-

- 24.** Να βρείτε τους ακέραιους x για τους οποίους $-4 < x < 5$
-

- 25.** Να βρείτε τους ακέραιους x για τους οποίους $|x| < 7$
-

ΘΥΜΟΜΑΣΤΕ – ΜΑΘΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕΛ 118 - 119

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΣΕΛ 120- 121 : 1, 2,3,4,5,6,7,9,11,12,13

Α.7.3. ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΡΗΤΩΝ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Το μήνα Φεβρουάριο στις 23 του μήνα σε κάποιες πόλεις παρατηρήθηκαν οι εξής αυξομειώσεις της θερμοκρασίας :

ΑΘΗΝΑ: Στις 23 του μήνα η θερμοκρασία ήταν 7 βαθμοί Κελσίου και την επόμενη μέρα μειώθηκε κατά 2 βαθμούς.

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ: Στις 23 του μήνα η θερμοκρασία ήταν - 3 βαθμοί Κελσίου και την επόμενη μέρα αυξήθηκε κατά 5 βαθμούς.

ΜΟΝΕΜΒΑΣΙΑ : Στις 23 του μήνα η θερμοκρασία ήταν 8 βαθμοί Κελσίου και την επόμενη μέρα αυξήθηκε κατά 2 βαθμούς.

ΦΛΩΡΙΝΑ : Στις 23 του μήνα η θερμοκρασία ήταν - 6 βαθμοί Κελσίου και την επόμενη μέρα μειώθηκε κατά 3 βαθμούς.

Να συμπληρώσετε ,με βάση τα παραπάνω δεδομένα ,τον πίνακα:

ΠΟΛΗ	ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ 23 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΠΡΑΞΗ	ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ 24 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ
ΑΘΗΝΑ				
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ				
ΜΟΝΕΜΒΑΣΙΑ				
ΦΛΩΡΙΝΑ				

Τι παρατηρείτε ;

- Για να προσθέσουμε δυο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημό τους.
- Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

Κανόνας 4

Κανόνας 5

Παραδείγματα 1

$$(-3) + (-7) = \dots\dots\dots$$

$$(+2) + (-5) = \dots\dots\dots$$

$$(+7) + (-4) = \dots\dots\dots$$

$$(+8) + (+1) = \dots\dots\dots$$

$$(-5) + (+4) = \dots\dots\dots$$

$$(-31) + (-17) = \dots\dots\dots$$

$$(+12,1) + (3,5) = \dots\dots\dots$$

$$(+2,5) + (-8,1) = \dots\dots\dots$$

$$(+18) + (+21) = \dots\dots\dots$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{5}{2}\right) = \dots\dots\dots$$

• **Παραδείγματα 2**

$(-3) + (+1) = \dots\dots$ $(+1) + (-3) = \dots\dots$	Γενικά Ισχύει ότι $\alpha + \beta = \beta + \alpha$ Αντιμεταθετική ιδιότητα
$(-2) + (-3) + (+7) = (\dots\dots) + (+7)$ $= \dots\dots\dots$ $(-2) + (-3) + (+7) = (-2) + (\dots\dots)$ $= \dots\dots\dots$	Γενικά Ισχύει ότι $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$ Προσεταιριστική ιδιότητα
$(-8,4) + 0 = \dots\dots\dots$ $(7,9) + 0 = \dots\dots\dots$	Γενικά Ισχύει ότι $\alpha + 0 = 0 + \alpha$ Το άθροισμα ενός ρητού με το 0 είναι ο ίδιος ο ρητός
$(-7) + (+7) = \dots\dots\dots$ $(+5,6) + (-5,6) = \dots\dots\dots$ $\left(+\frac{8}{3}\right) + \left(-\frac{8}{3}\right) = \dots\dots\dots$	Γενικά Ισχύει ότι $\alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0$ Το άθροισμα δυο αντιθέτων είναι 0

Παραδείγματα 2

- $(-7) + (+6) + (+7) + (-8) = \dots\dots\dots =$
 $= \dots\dots\dots$
- $(-8) + (-3) + (+5) + (+9) = \dots\dots\dots =$
 $= \dots\dots\dots$
- $(-8) + (+7) + (-5) + (+6) = \dots\dots\dots =$
 $= \dots\dots\dots$
- $(-5) + (+3) + (+6) + (+9) + (-11) + (+14) + (-9) + (+31) = \dots\dots\dots =$
 $= \dots\dots\dots$
- Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:
 α) $(+20) + (-12) + (-35) + (+50) = \dots\dots\dots$
 β) $(-7) + (+2) + (-13) + (+25) + (-2) + (-31) = \dots\dots\dots$
 γ) $(+16,3) + (-10,7) + (+5,4) + (-2,7) = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

26. Να βρείτε τα αποτελέσματα

$$(-3) + (-7) = \dots\dots\dots$$

$$(-31) + (-17) = \dots\dots\dots$$

$$(+2) + (-5) = \dots\dots\dots$$

$$(+12,1) + (3,5) = \dots\dots\dots$$

$$(+7) + (-4) = \dots\dots\dots$$

$$(+2,5) + (-8,1) = \dots\dots\dots$$

$$(+8) + (+1) = \dots\dots\dots$$

$$(+18) + (+21) = \dots\dots\dots$$

$$(-5) + (+4) = \dots\dots\dots$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{5}{2}\right) = \dots\dots\dots$$

27. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

α) $(+20) + (-12) + (-35) + (+50) + (+12) =$

β) $(-7) + (-13) + (+25) + (-31) =$

γ) $(+18) + (-5) + (+11) + (-37) + (+6) =$

28. Να υπολογίσετε τα παρακάτω

α) $\left(+\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)$

β) $\left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right)$

γ) $(-3) + \left(+\frac{2}{3}\right)$

29. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = (-35) + (-7) + (+15) + (-2) + (+50)$$

$$B = (+3,9) + (-2,1) + (23,1) + (+0,8)$$

$$\Gamma = \left(+\frac{3}{4}\right) + \left(+\frac{5}{8}\right) + (-8,5) + (+17) + \left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$\Delta = (-20) + (+3,7) + \left(+4\frac{6}{3}\right) + (-6,75)$$

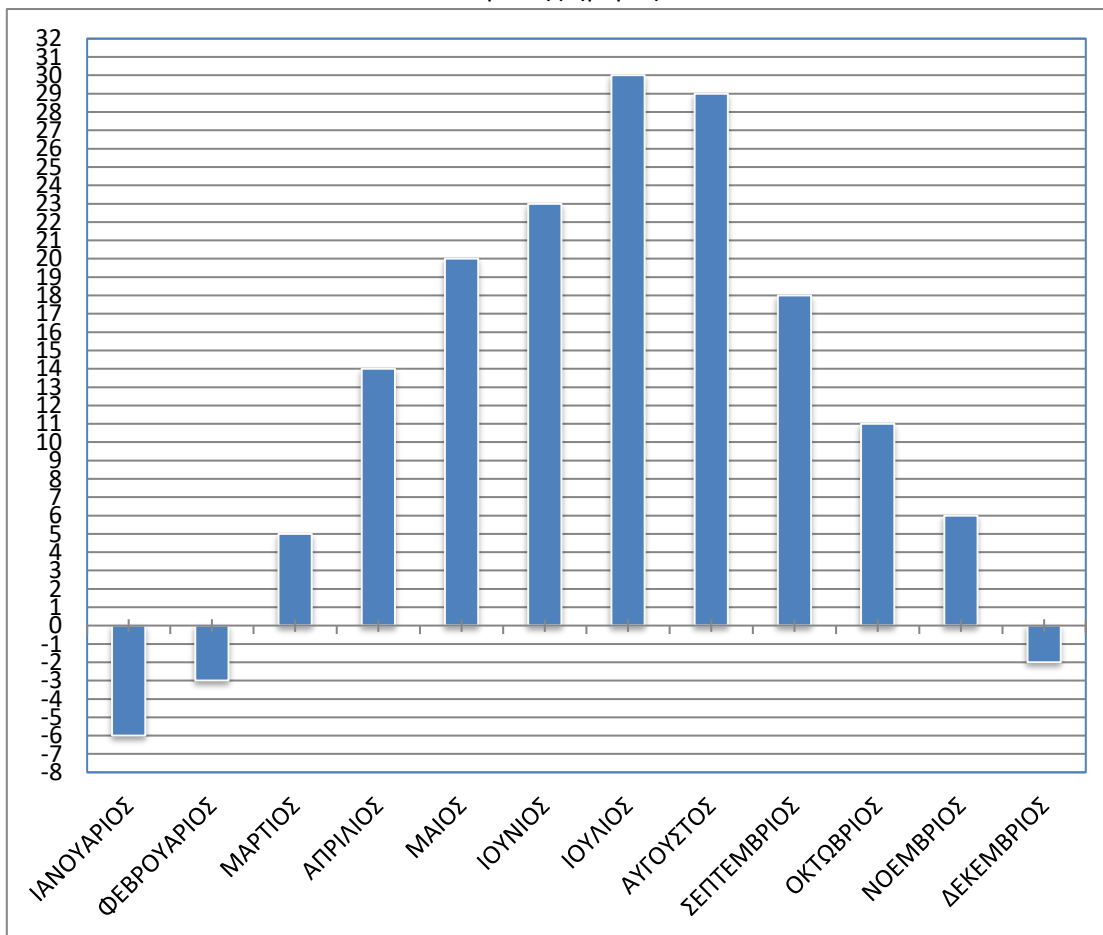
ΘΥΜΟΜΑΣΤΕ – ΜΑΘΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕΛ 122-123

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΣΕΛ 125 : 1, 2, 4,5,8

Α.7.4. ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στο σχήμα βλέπουμε τη μέση θερμοκρασία μιας περιοχής για τους 12 μήνες του χρόνου σε συγκεκριμένη ώρα της ημέρας



12

Να συμπληρώσετε ,με βάση τα παραπάνω δεδομένα ,τον πίνακα:

ΜΗΝΕΣ	ΠΡΑΞΗ	ΠΡΑΞΗ 2	ΔΙΑΦΟΡΑ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ - ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	$29 - 18 = 11$	$29 + (-18)$	11
ΙΟΥΝΙΟΣ - ΜΑΙΟΣ			
ΙΟΥΛΙΟΣ - ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ			

Για να αφαιρέσουμε από τον αριθμό α τον αριθμό β , προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β .

ΔΗΛΑΔΗ $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$

Κανόνας 6

Παραδείγματα

Να υπολογίσετε τα εξαγόμενα:

- α) $(+2)-(+3) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ β) $(+5)-(+8) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 γ) $(+6)-(+10) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ δ) $(-5)-(-3) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 ε) $(-9)-(-7) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ στ) $(-4)-(-1) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 ζ) $-12 - \left(+\frac{1}{2}\right) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ η) $-13,2 - (+6,2) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 θ) $0 - (-8) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ ι) $0 - (+4) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 ια) Ένας Ρωμαίος γεννήθηκε το 30 π.χ και πέθανε το 50 μ.χ .Πόσα χρόνια έζησε;



Απλούστερη μορφή αθροίσματος :

Ένα άθροισμα μπορεί να γραφεί σε απλούστερη μορφή εάν παραλείψουμε το σύμβολο της πρόσθεσης και τις παρενθέσεις και γράψουμε τον ένα δίπλα στον άλλο με το πρόσημό τους

- $(+3)+(-4)+(-6)+(+8) = 3-4-6+8 = 11-10=1$
- $(-3)+(+2)-(-7)-(+8) = (-3)+(+2)+(-7)+(-8) = -3+2-7-8 = -18+2 = -16$
- $5-(-7)+(-9)-(-10) = \dots\dots\dots$
- $-(-9)+(-5)-(+6)+(-9)-(+9)-(-15) = \dots\dots\dots$
- $20-(-30)-(+10)+(-25)+(-20)=\dots\dots\dots$



13

Απαλοιφή παρενθέσεων

Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το + (ή δεν έχει πρόσημο), μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το + (αν έχει) και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημά τους.

Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το -, μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το - και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με αλλαγμένα πρόσημα.

- $-(3+4-6) = -3-4+6 = -7+6 = -1$
- $+(2-6-8) = 2-6-8 = 2-14 = -12$
- $-(-3-7+4+8-7) = \dots\dots\dots$
- $3+(4-5-8) = \dots\dots\dots$
- $(1+3-7)-(4-6-11) = \dots\dots\dots$
- $-(-4-6+5)+(-2+5)-(-4-7+3) = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

30. Να υπολογίσετε τα εξαγόμενα:

- α) $(+2)-(+3)= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 β) $(+5)-(+8)= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 γ) $(+6)-(+10)= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 δ) $(-5)-(-3)= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 ε) $(-9)-(-7)= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 στ) $(-4)-(-1)= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 ζ) $-12-\left(+\frac{1}{2}\right)= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 η) $-13,2-(+6,2)= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 θ) $0-(-8)= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 ι) $0-(+4)= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

31. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = -6+5,9-13+0,1+\frac{3}{5}+13-\frac{3}{5}$$

$$B = 0,7-2+\frac{3}{2}+3,2-1,5+8$$

$$\Gamma = \frac{1}{8}+\frac{2}{4}-\frac{3}{4}+\frac{7}{8}+\frac{4}{8}-\frac{5}{4}$$

32. Να γίνουν οι πράξεις:

- α) $5-(+7)+(-9)-(-10)=$
 β) $-(+10)-(-28)+(-3)+(-4)=$
 γ) $-(-9)+(-5)-(+6)+(-9)-(+9)-(-15)=$
 δ) $3,85-(+14)+(+2,8)-(+3,85)-(-11,2)=$
 ε) $20+(-8)-(+4)+(-9)+(+12)=$
 στ) $-(+5)+(-30)+(+9)-(-14)=$
 ζ) $20-(-30)-(+10)+(-25)+(-20)=$

33. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\left(-\frac{4}{6}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)-\left(+\frac{8}{10}\right)-\left(-2\frac{5}{2}\right)=$ β) $\left(+\frac{13}{4}\right)-\left(-\frac{6}{5}\right)+\left(-\frac{9}{4}\right)-\left(+\frac{4}{5}\right)=$

34. Αν $\alpha = 0,5$ $\beta = -\frac{7}{2}$ $\gamma = -3$ να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \alpha + \beta + \gamma - (\alpha + \beta) - (\beta + \gamma) - (\gamma + \alpha)$$

$$B = -\alpha + \beta - (\gamma + \alpha)$$

35. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = - [(- 3 + 8) - (- 5 + 3)] - (3 + 15)$$

$$B = -(12+5-16)-[9+5-(5+6-9)]$$

$$\Gamma = -[-25-(5+9-8)+(-19+1)]-(+12-2)$$

$$\Delta = -[(20+2)-(-1-3)]-[5+9-(-2+6+3)]$$

36. Εάν $x = -2$, $y = 3$, $z = -1$ να υπολογίσετε την παράσταση:

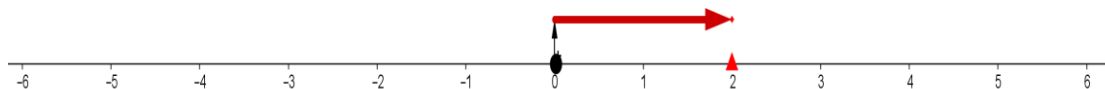
$$A = -[-x+2-(-y+x)]-(-x-z)$$

ΘΥΜΟΜΑΣΤΕ – ΜΑΘΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕΛ 126

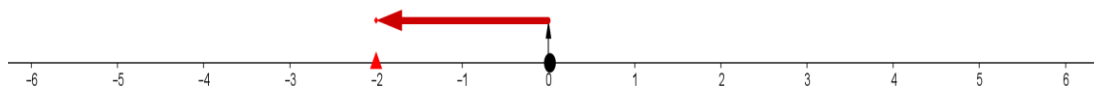
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΣΕΛ 128 : 1, 2, 3,4,5,6, 8

Α.7.5 . ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΡΗΤΩΝ

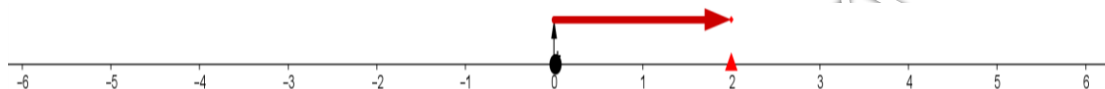
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



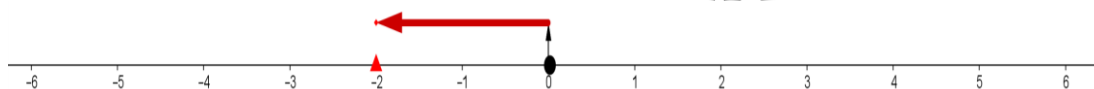
$$3 \times 2 =$$



$$3 \times (-2) =$$



$$(-3) \times 2 =$$



$$(-3) \times (-2) =$$

Κανόνες προσήμων

$$+ \bullet + = +$$

$$+ \bullet - = -$$

$$- \bullet + = -$$

$$- \bullet - = +$$



$$(+1) \cdot (-2) =$$

$$(-11) \cdot (+2) =$$

$$(-13) \cdot (+2) =$$

$$(-1) \cdot (-8) =$$

$$(+6) \cdot (-4) =$$

$$(+1) \cdot (-7) =$$

$$(+7) \cdot (+9) =$$

$$(-10) \cdot (-3) =$$

$$(-1) \cdot (-2) =$$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ

• $(+7) \cdot (-8) =$, $(-8) \cdot (+7) =$

Τι παρατηρείτε ;

Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$$

• $[(+3) \cdot (-2)] \cdot (-5) =$, $(+3) \cdot [(-2) \cdot (-5)] =$

Τι παρατηρείτε ;

Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται

$$(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$$

• $(+1) \cdot (-5) =$

Τι παρατηρείτε ;

το γινόμενο ενός ρητού με την μονάδα ισούται με

$$\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$$

• $0 \cdot (-23) =$

Τι παρατηρείτε ;

το γινόμενο ενός ρητού με το 0 ισούται με

$$\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$$

• $(-\frac{2}{3}) \cdot (+\frac{3}{2}) =$, $(\frac{1}{3}) \cdot (-3) =$

Δύο ρητοί αριθμοί με γινόμενο ίσο με την μονάδα λέγονται

$$\alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = 1$$

17

• $[(-1) + (-4)] \cdot (+5) =$
 $(-1) \cdot (+5) + (-4) \cdot (+5) =$

Τι παρατηρείτε ;

Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται επιμεριστική ιδιότητα

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

• ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΠΟΛΛΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ

$(-2) \cdot (-3) \cdot (+6) =$, $(-2) \cdot (-3) \cdot (+6) \cdot (-1) =$

Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:

- Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).
- Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).

— Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

Το σημείο του πολλαπλασιασμού «_» μεταξύ των γραμμάτων και των παρενθέσεων παραλείπεται.

$(-5) \cdot (-3) \cdot (-6) \cdot (+2) =$

$(-1) \cdot (+7) \cdot (-4) \cdot (+3) \cdot (+2) =$

$(-20) \cdot (-5 \cdot (-10) \cdot (-3)) =$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

37. Να υπολογίσετε τα γινόμενα :

α) $(+5)(+2)=$

β) $(-8)(-6)=$

γ) $(-6)(+7)=$

δ) $(-0,25)(-5,2)=$

ε) $\left(-\frac{1}{2}\right)\left(+\frac{2}{3}\right)=$

στ) $\left(-1\frac{4}{3}\right)(-0,2)=$

ζ) $(-362)(+0,12)=$

η) $(-6)0=$

θ) $(-1)(-1)=$

ι) $(+1)(-100)=$

38. Να υπολογίσετε τα γινόμενα

α) $(-6)(-2)(-7)(-6)=$

β) $(+2)(+3)0(-1)(-6)=$

γ) $2(-1)3(-4)5(-6)=$

δ) $(-1)(-2)(-3) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 =$

39. Να κάνετε τις πράξεις :

α) $-1-5+3(-2)=$

β) $-[1-5+3(-2)]=$

γ) $(-1-5+3)(-2)=$

δ) $-1-(5+3)(-2)=$

ε) $-1-[(5+3)(-2)]=$

στ) $(-1-5)(+3-2)=$

40. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $5-(+7)+(-9)-(-10)=$

β) $-(+10)-(-28)+(-3)+(-4)=$

γ) $-(-9)+(-5)-(+6)+(-9)-(+9)-(-15)=$

δ) $3,85-(+14)+(+2,8)-(+3,85)-(-11,2)=$

ε) $20+(-8)-(+4)+(-9)+(+12)=$

A.7.6 . ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς,
διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο
βάζουμε:

το πρόσημο +, αν είναι ομόσημοι. Δηλαδή:

$$+ : + = + \text{ και } - : - = +$$

το πρόσημο -, αν είναι ετερόσημοι. Δηλαδή:

$$+ : - = - \text{ και } - : + = -$$

Να υπολογίσετε τα πηλίκα :

α) $(+49) : (+7) =$

β) $(-5) : (-5) =$

γ) $(+6) : (+6) =$

δ) $(-3) : (+1) =$

ε) $(-40) : (-5) =$

στ) $\frac{+81}{-27} =$

ζ) $\frac{-1000}{-10} =$

η) $(2500) : (-25) =$

θ) $(-3000) : 30 =$

Κανόνας 11

Κανόνας 12

20

Η διαίρεση $\frac{a}{b}$ μπορεί και να γραφεί $a \cdot \frac{1}{b}$, επομένως
για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, αρκεί να
πολλαπλασιάσουμε τον διαιρετέο με τον αντίστροφο
του διαιρέτη.

$$\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$

$$\frac{3}{5} = 3 \cdot \frac{1}{5}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right) : \left(+\frac{2}{7}\right) = \quad =$$

$$\left(-\frac{4}{3}\right) : \left(-\frac{1}{5}\right) = \quad =$$

$$\left(+\frac{3}{7}\right) : (-9) = \quad =$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

45. Να βρείτε τα πηλίκα:

$$\begin{array}{lll} \alpha) \frac{+100}{-50} = & \beta) \frac{-120}{+40} = & \gamma) \frac{+96}{-30} = \\ \delta) \frac{-48}{-6} = & \epsilon) \frac{-5}{+4} = & \sigma\tau) \frac{0}{-5} = \end{array}$$

46. Να κάνετε τις διαιρέσεις :

$$\alpha) \frac{3}{8} : \left(-\frac{5}{2}\right) =$$

$$\beta) \frac{3}{15} : \left(-\frac{4}{5}\right) =$$

$$\gamma) \left(-\frac{6}{5}\right) : \frac{1}{10} =$$

$$\delta) -\frac{4}{3} : \left(-\frac{2}{9}\right) =$$

$$\epsilon) 5 : \left(-\frac{1}{5}\right) =$$

$$\sigma\tau) \frac{1}{2} : (-4) =$$

47. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\alpha) \frac{-4}{5} : \frac{9}{-2} = \quad \beta) \frac{7}{-2} : \frac{-1}{14} = \quad \gamma) \frac{-1}{3} : \left(-\frac{9}{2}\right) =$$

$$\delta) \frac{-1}{5} : \frac{-3}{-3} = \quad \epsilon) \frac{-5}{2} : \frac{-2}{5} = \quad \sigma\tau) \frac{-1}{6} : \frac{1}{6} =$$

48. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\alpha) \frac{-8}{3} - \frac{-2}{4} + \frac{4}{-12} = \quad \beta) \frac{(-3)(-1)(-5)}{-6 \cdot 2} = \quad \gamma) \frac{+5 - (-8)(-1)}{3 \cdot (-4) + 5} =$$

$$\delta) \left(\frac{-5}{6} + \frac{3}{-2}\right) : \left(\frac{-2}{4}\right) = \quad \epsilon) \left(\frac{7}{3} \cdot \frac{2}{4}\right) : \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{10} - \frac{3}{2}\right) =$$

$$\sigma\tau) \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} - \frac{3}{15}\right) : \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{10} - \frac{3}{2}\right) =$$

49. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$$A = 7:3+8:3-5 =$$

$$B = -20:8+25:5-21:2 =$$

$$\Gamma = (21-7):2+(-6+3):(-3) =$$

$$\Delta = (x+1) \cdot 3+(3x+2):(-1) =$$

$$E=2 \cdot [3-(-1)]-[10: (-2)] \cdot \frac{4}{5} =$$

$$Z = [5(-8)+15-(-4)]:[-(-0,4) \cdot (-0,5) - (0,1)]$$

$$H = 8-[-(-2) \cdot 5]-10+[6: (-3)] =$$

50. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{\left(2 - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{4} - \frac{1}{8}\right)}{\left(\frac{9}{3} - \frac{2}{6}\right) : \left(3 - \frac{4}{5} + \frac{2}{10}\right)} =$$

$$B = \frac{\left(-\frac{4}{2} + 5 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{6}\right)}{\left(-\frac{4}{7}\right) : \left(\frac{5}{7}\right)} =$$

ΘΥΜΟΜΑΣΤΕ – ΜΑΘΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕΛ 133

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΣΕΛ 125 : 1, 2, 4,5,6,7

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

ΑΡΙΘΜΟΣ	ΑΝΤΙΘΕΤΟΣ	ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ	ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ
-5			
	$+\frac{5}{7}$		
0,3			
		-13	
$3\frac{2}{7}$			

2. Να βάλετε το κατάλληλο σύμβολο ($<$, $=$, $>$) στο κενό.

α) $(-4)(+3) \dots (-2)(+6)$

β) $(-3)(-8) \dots -3-8$

γ) $|+11| \dots |-11|$

γ) $8-5-3 \dots (7-3)(-2)$

δ) $|-13| \dots 0$

ε) $-\frac{1}{2} \dots -\frac{2}{11}$

στ) $-\frac{2}{5} \dots \left| \frac{2-7}{5} \right|$

ζ) $0 \dots -\frac{1}{5}$

3. Να κάνετε τις πράξεις.

Α) $(-7) + (-5) =$

β) $(-4)(-9) =$

γ) $(+56) : (-8) =$

δ) $|-4| + 12 - 17 - 6 =$

ε) $\left(-\frac{1}{11}\right)\left(-\frac{33}{5}\right) =$

στ) $\left(-\frac{51}{3}\right) : (-51) =$

ζ) $(-17 + 3) - (-4 + 11) =$

η) $-(-2)(-6)(-5) =$

4. Αν μια από τις παρακάτω φράσεις είναι σωστή κυκλώστε το γράμμα Σ, αν πάλι είναι λάθος, κυκλώστε το Λ.

- | | | |
|--|---|---|
| α) Ο αριθμός -21 είναι φυσικός. | Σ | Λ |
| β) Δύο αντίθετοι αριθμοί είναι ομόσημοι. | Σ | Λ |
| γ) Δύο αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο λέγονται ετερόσημοι. | Σ | Λ |
| δ) Το άθροισμα δύο αντίστροφων αριθμών είναι ίσο με μηδέν. | Σ | Λ |
| ε) Το γινόμενο δύο ετερόσημων αριθμών είναι θετικός αριθμός. | Σ | Λ |
| στ) Το άθροισμα δύο αρνητικών αριθμών είναι αρνητικός αριθμός. | Σ | Λ |
| ζ) Το γινόμενο δύο αντίθετων αριθμών είναι ίσο με +1. | Σ | Λ |
| η) Μεταξύ δύο αρνητικών αριθμών μεγαλύτερος είναι εκείνος με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή. | Σ | Λ |

5. Να υπολογισθούν οι τιμές των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων.

α) $-9 + 5 - 3 - 10 + 14 + 2 =$

β) $(-7)(-4) - (-5)(-5) + (+18) : (-3) =$

γ) $-(-1,2) + (+4,6) - (+2,8) =$

δ) $-(+9 - 2) - [-(-4 + 18) + (+3 - 8)] - (-5) =$

ε) $\left[2 - \left(-\frac{1}{4} \right) \right] (-4) - \left[\left(-\frac{2}{3} \right) (+9) + \left(-\frac{4}{5} \right) : \left(-\frac{2}{5} \right) \right] =$

στ) $3 \left[(-10) : \left(+\frac{1}{4} \right) \right] (-4) - \left[\left(-\frac{2}{3} \right) (+9) + \left(-\frac{4}{5} \right) : \left(-\frac{2}{5} \right) \right] =$

ζ) $\left(-\frac{1}{3} \right) \left(-\frac{5}{2} \right) + \left(+\frac{1}{7} \right) : \frac{6}{7} - (-4) : \left(-\frac{1}{4} - \frac{3}{4} \right) =$

η) $\frac{[(-10) - (-3)] : (-1) + (-3) - (-4)}{(-6) : (-2) - (-7)(-1)} =$

θ) $\frac{-[-4 + (-8 + 3) : (4 - 3)] - 4 \left(-\frac{1}{2} \right)}{-\frac{4}{5} + 5 \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)} =$

ι) $-\frac{(-2)(-3)(+4)(+5)(-13)}{(+60)(-26)}$

ια) $\frac{(-2)(-4)(+3) - (-1)(+3)(-4)}{(-2)(-5)} =$

6. Αν $\alpha = -3$, $\beta = 4$ και $\gamma = -1$ να βρείτε.

α) $\alpha + \beta - \gamma =$ β) $2\alpha - \beta\gamma + \gamma =$ γ) $\frac{-4\gamma + \alpha\gamma - \beta\gamma}{\beta + 2\gamma} =$

7. Αν $x = 1$ και $y = -\frac{1}{2}$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$A = \frac{x - 5x + 2xy}{x + y}$$

8. Αν $\alpha + \beta = -7$ και $x - y = -3$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$B = 13 - [5 + (y - x)] - [-\alpha - (\beta + 2)]$$