

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Α

ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

(Τετράδιο μαθητή)



ΑΝΔΡΕΣΑΚΗΣ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ

ΜΟΝΕΜΒΑΣΙΑ

2021 -2022

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ Β.1.1.

Σημείο - Ευθύγραμμο τμήμα - Ευθεία - Ημιευθεία - Επίπεδο - Ημιεπίπεδο .

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

.....

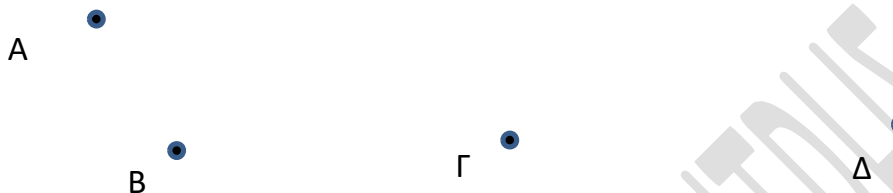
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ

ΘΕΩΡΙΑ: ΣΕΛ 148 -149

ΑΣΚΗΣΕΙΣ: 1,2α,5 ΣΕΛ152

1. Σχεδιάστε το ευθύγραμμο τμήμα AB και το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ



2. Τα σημεία A και B λέγονταιτου ευθύγραμμου τμήματος AB
3. Τα σημεία A και B λέμε επίσης ότι το ευθύγραμμο τμήμα AB
4. Να προεκτείνετε απεριόριστα το παρακάτω ευθύγραμμο τμήμα AB



Πώς ονομάζεται το σχήμα που προέκυψε ;

5.



Να ονοματίσετε με 3 τρόπους την παραπάνω ευθεία 1), 2)....., 3)

6. Πόσες ευθείες διέρχονται από το σημείο A ;



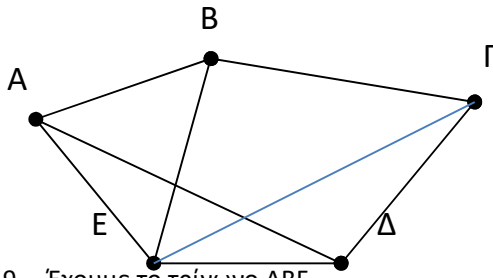
Άρα από ένα σημείο διέρχονταιευθείες

7. Πόσες ευθείες διέρχονται από τα σημεία A και B ;

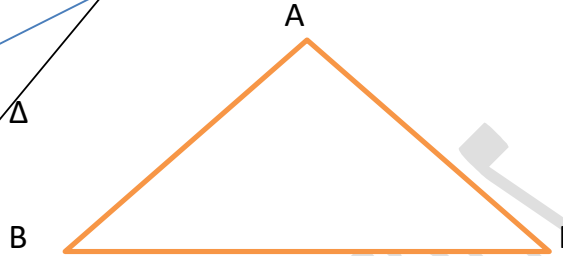


Άρα από δύο σημεία διέρχεται

8. Στο παρακάτω σχήμα Να ονοματίσετε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα που σχηματίζονται :



9. Έχουμε το τρίγωνο ΑΒΓ



Πώς ονομάζονται τα σημεία Α, Β, Γ ;
 Πώς ονομάζονται τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ, ΑΓ, ΒΓ ;

10. Να προεκτείνετε απεριόριστα το παρακάτω ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ προς το μέρος του Β



Το νέο σχήμα που έχει αρχή το Α και δεν έχει τέλος λέγεται
 και την ονομάζουμε ημιευθεία

11. Να προεκτείνετε απεριόριστα το παρακάτω ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ προς το μέρος του Α



Το νέο σχήμα που έχει αρχή το Β και δεν έχει τέλος λέγεται
 και την ονομάζουμε ημιευθεία

12. Δίνεται η ευθεία χχ' και ένα σημείο της Ο



Πόσες ημιευθείες σχηματίζονται ;

Και οι δύο ημιευθείες «σχηματίζουν» μια

Δύο τέτοιες ημιευθείες ονομάζονται

- 13.



Να ονομάσετε όλες τις ημιευθείες
 που σχηματίζονται στο διπλανό σχήμα

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ Β.1.2.

Γωνία - Γραμμή - Επίπεδα σχήματα - Ευθύγραμμα σχήματα - Ίσα σχήματα

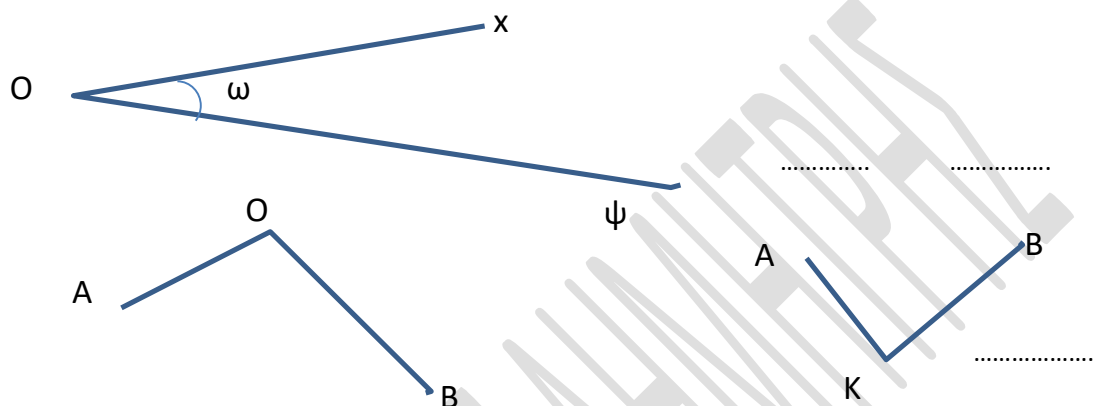
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ

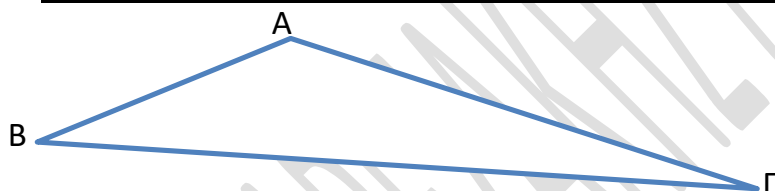
ΘΕΩΡΙΑ: ΣΕΛ 153-154

ΑΣΚΗΣΕΙΣ: 1,4,5 ΣΕΛ 156



Ονόμασε τις παραπάνω γωνίες

3



(α) Ποια γωνία του τριγώνου περιέχεται στις πλευρές AB και BΓ;

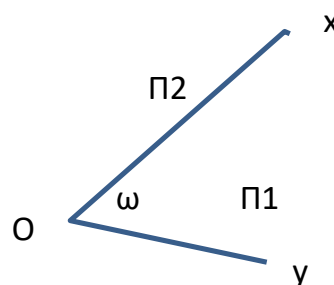
Ποια γωνία του τριγώνου περιέχεται στις πλευρές AΓ και BΓ;

(β) Ποια πλευρά είναι απέναντι από τη γωνία $\hat{A}$;

Ποια πλευρά είναι απέναντι από τη γωνία B;

(γ) Ποιες γωνίες είναι προσκείμενες στην πλευρά AB;

Ποιες γωνίες είναι προσκείμενες στην πλευρά BΓ;

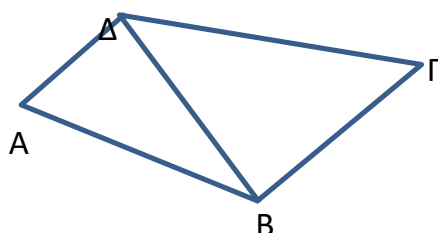


Κυρτή γωνία:

Μη κυρτή γωνία

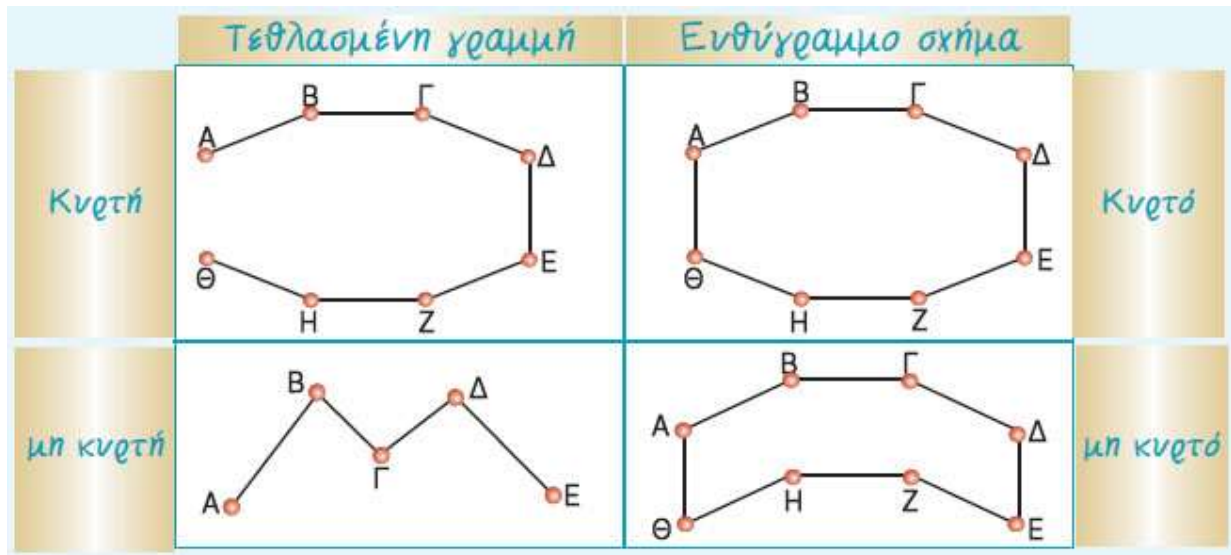
Κορυφές:

Πλευρές :



Ονόμασε όλες τις γωνίες του διπλανού σχήματος

- **Τεθλασμένη γραμμή** είναι μια **πολυγωνική γραμμή**, που αποτελείται από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα, τα οποία δε βρίσκονται στην ίδια ευθεία.
- **Ευθύγραμμο σχήμα** ονομάζεται κάθε τεθλασμένη γραμμή, της οποίας τα άκρα συμπίπτουν.
- Μια τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται **κυρτή**, όταν η προέκταση κάθε πλευράς της αφήνει όλες τις άλλες πλευρές στο ίδιο ημιεπίπεδο. Διαφορετικά λέγεται **μη κυρτή**.

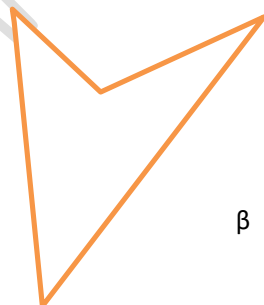
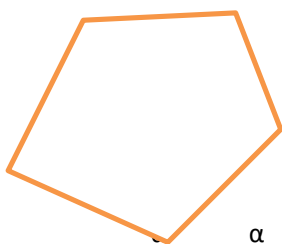


4

Σχεδιάσε μια Κυρτή τεθλασμένη Γραμμή που αποτελείται από 3 ευθύγραμμα τμήματα

Σχεδιάσε μια Μη Κυρτή τεθλασμένη Γραμμή που αποτελείται από 4 ευθύγραμμα τμήματα

Ποια από τα παρακάτω ευθύγραμμα σχήματα είναι κυρτά ;



ΕΝΟΤΗΤΑ Β.1.3.

Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων - Απόσταση σημείων
- Μέσο ευθύγραμμου τμήματος

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ

ΘΕΩΡΙΑ: ΣΕΛ 158-160

ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

1,2,3,5,6,7,8,9,10,11 ΣΕΛ 162

Μονάδα μήκους είναι το

Πολλαπλάσιο του μέτρου είναι το (συμβολίζουμε Km)
που ισούται με **1Km =m**

Υποδιαιρέσεις του μέτρου

Ονομασία	Συμβολισμός	Σχέση με το μέτρο
Δεκατόμετρο η παλάμη	dm	1dm =
Εκατοστόμετρο ή πόντος	cm	1cm =
Χιλιοστόμετρο ή χιλιοστό	mm	1mm

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Να βρείτε την **απόσταση** των σημείων Α και Β



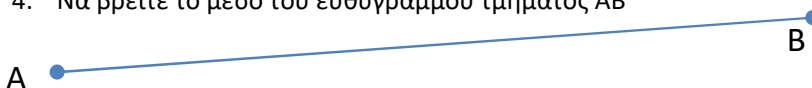
2. Να κατασκευάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα ίσο με το AB με χρήση **διαβήτη**



3. Να κατασκευάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα ίσο με το AB με χρήση **χάρακα**



4. Να βρείτε το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB



5. Να συγκριθούν τα παρακάτω ευθύγραμμα τμήματα
η Α' περίπτωση με διαβήτη και οι Β, Γ με χάρακα (υποδεκάμετρο)

Α' περίπτωση	Β' περίπτωση	Γ' περίπτωση
συμπέρασμα	συμπέρασμα	συμπέρασμα
AB.....ΓΔ	AB.....ΓΔ	AB.....ΓΔ

6. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω

2 km =m

3dm =m

1235m =km

54 m =cm

3,2 km =dm

32cm =dm

35 m =dm

7dm =cm

7. Ένας Αγρότης θέλει να περιφράξει έναν αγρό σχήματος τετραγώνου και πλευράς 15,3 m . διαθέτει συρματόπλεγμα 60m 3dm 18cm .θα του φτάσει η πρέπει να αγοράσει και άλλο;

8. Στην παρακάτω ευθεία πάρε στη σειρά τα σημεία Α ,Β ,Γ ,Δ έτσι ώστε $AB = 2,5$ cm , $BΓ = 3$ cm και $ΓΔ = 2,5$ cm . Έπειτα εξέτασε εάν τα ΑΓ και ΒΔ είναι ίσα

ΕΝΟΤΗΤΑ Β.1.4.

Πρόσθεση και αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ

ΘΕΩΡΙΑ: ΣΕΛ 163

ΑΣΚΗΣΕΙΣ: 4,5,6,7,9

ΣΕΛ 164

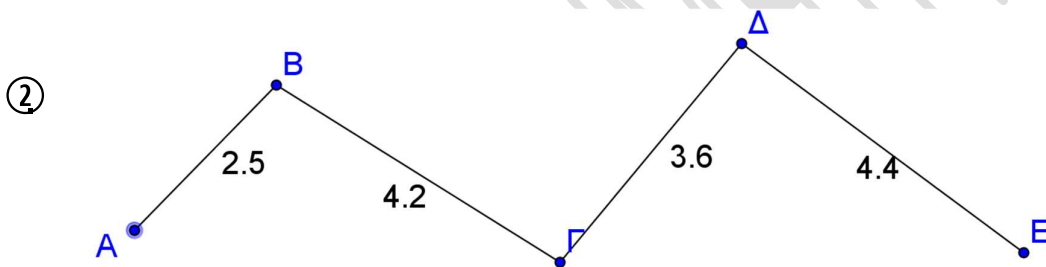


Το ευθύγραμμο τμήμα **ΑΓ** λέγεται **άθροισμα των τμημάτων ΑΒ και ΒΓ** και γράφουμε :

$$ΑΓ = +$$

Το ευθύγραμμο τμήμα **ΒΓ** λέγεται **διαφορά των τμημάτων ΑΓ και ΑΒ** και γράφουμε :

$$ΒΓ = -$$



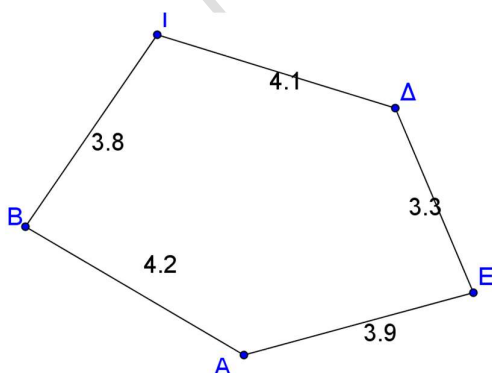
Η ΑΒΓΔΕ ονομάζεται Γραμμή

Το μήκος μιας τεθλασμένης γραμμής είναι ίσο με το άθροισμα των μηκών των ευθυγράμμων τμημάτων που την απαρτίζουν :

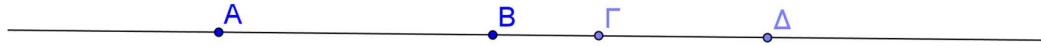
$$ΑΒ + ΒΓ + ΓΔ + ΔΕ = \text{cm}$$

Μπορείτε χωρίς να μετρήσετε να συγκρίνετε το μήκος της τεθλασμένης γραμμής με το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΕ;

③ Να βρείτε την περίμετρο του παρακάτω ευθύγραμμου σχήματος



④



Σε μια ευθεία παίρνουμε τα σημεία Α, Β, Γ, Δ ώστε :

$AB = 4 \text{ cm}$, $B\Gamma = 1 \text{ cm}$, $A\Delta = 7 \text{ cm}$

α. Να βρείτε το άθροισμα των ΑΒ και ΒΓ

$AB + B\Gamma = \dots\dots\dots$

Ποιο ευθύγραμμο τμήμα είναι ;.....

β. Να βρείτε την διαφορά των ΑΔ και ΑΒ

$A\Delta - AB = \dots\dots\dots$

Ποιο ευθύγραμμο τμήμα είναι ;.....

γ. $A\Delta = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{cm}$

δ. $B\Delta = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{cm}$

ε. $A\Gamma - AB = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{cm}$

στ. $A\Gamma - B\Gamma = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{cm}$

ζ. $B\Delta - B\Gamma = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{cm}$

⑤



$A\Delta + \Delta E = \dots\dots\dots$

$\Gamma\Delta + \Delta B = \dots\dots\dots$

$A\Gamma + \Gamma E = \dots\dots\dots$

$AE - A\Delta = \dots\dots\dots$

$AB - AE = \dots\dots\dots$

$\Gamma E - \Gamma\Delta = \dots\dots\dots$

⑥

Να πάρετε σε μια ευθεία τα σημεία Α, Β, Γ, Δ με την σειρά ώστε :

$A\Delta = 6 \text{ cm}$, $\Gamma\Delta = 1 \text{ cm}$, $AB = 2 \text{ cm}$ και να βρείτε τα

$A\Gamma =$

$B\Gamma =$

$B\Delta =$

ΕΝΟΤΗΤΑ Β.1.5.

Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών - Διχοτόμος γωνίας

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

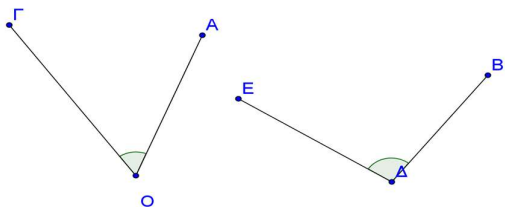
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ

ΘΕΩΡΙΑ: ΣΕΛ 165 -167

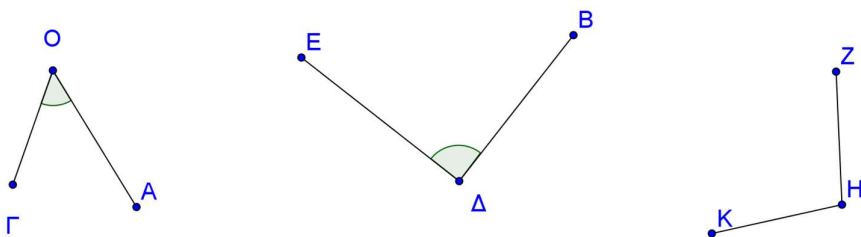
**ΑΣΚΗΣΕΙΣ: 1,2,3,4,5,6,7,
ΣΕΛ1 62**

- ① Να συγκρίνετε τις παρακάτω γωνίες με ένα διαφανές χαρτί

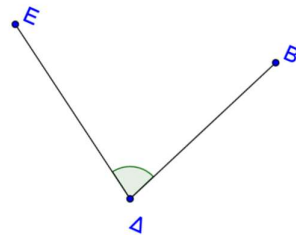


- ② Σχεδιάστε με το μοιρογνωμόνιο μια γωνία 68°

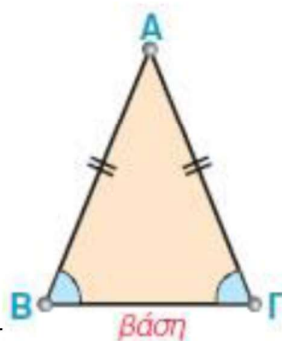
- ③ Να βρεθεί το μέτρο των παρακάτω γωνιών



- ④ Σχεδιάστε την διχοτόμο της παρακάτω γωνίας με το μοιρογνωμόνιο



- ⑤ Στο διπλανό ισοσκελές τρίγωνο συγκρίνετε τις προσκείμενες στην βάση ΒΓ γωνίες Β και Γ



ΕΝΟΤΗΤΑ Β.1.6.

Είδη γωνιών - Κάθετες ευθείες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ

ΘΕΩΡΙΑ: ΣΕΛ 170

ΑΣΚΗΣΕΙΣ: 2,3,4,6,8

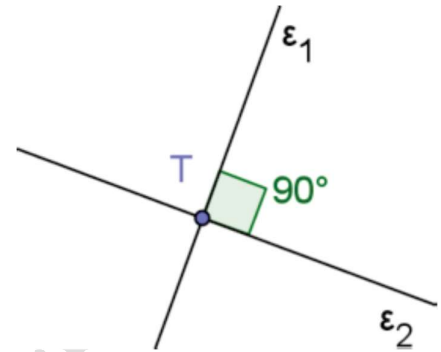
ΣΕΛ 172

① Συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα

Γωνία	Ονομασία	Σχέση
		$B\hat{A}G =$
		$\dots\dots < B\hat{A}G < \dots\dots$
		$B\hat{A}G > \dots\dots$
		$B\hat{A}G = \dots\dots\dots$
		$B\hat{A}G = \dots\dots\dots$
Οι πλευρές της γωνίας είναι ημιευθείες		
		$B\hat{A}G = \dots\dots\dots$
		$\dots\dots < B\hat{A}G < \dots\dots$
		$\dots\dots < B\hat{A}G < \dots\dots$

10

- ② **Κάθετες** ονομάζονται δύο ευθείες που τέμνονται και σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία. Ο συμβολισμός $\epsilon_1 \perp \epsilon_2$ δηλώνει ότι οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 τέμνονται κάθετα. Το $\epsilon_1 \perp \epsilon_2$ διαβάζεται «*η ευθεία ϵ_1 είναι κάθετη με την ευθεία ϵ_2* » ή «*οι ϵ_1 και ϵ_2 είναι κάθετες μεταξύ τους*».



- ③ Πώς φέρνουμε κάθετη από ένα σημείο A σε μια ευθεία ϵ_1 :

Βήμα 1:



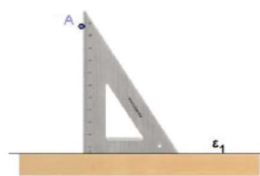
Τοποθετούμε τον χάρακα στην ευθεία ϵ_1 .

Βήμα 2:



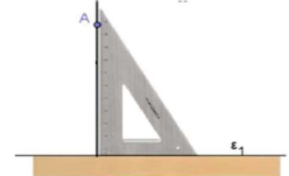
Τοποθετούμε τον γνώμονα πάνω στον χάρακα, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Βήμα 3:



Μετατοπίζουμε τον γνώμονα μέχρι να ακουμπήσει το σημείο A.

Βήμα 4:



Φέρνουμε την κάθετη στην ϵ_1 που περνά από το σημείο A.

11

- ④ Φέρτε τις κάθετες από το σημείο A προς την ευθεία ϵ

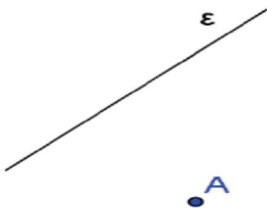
(α)



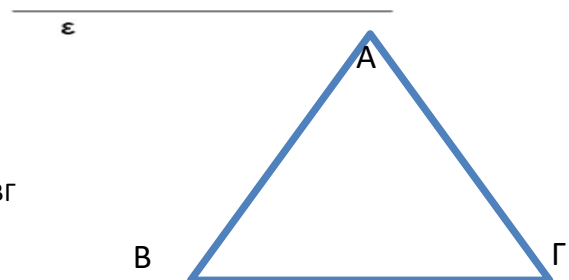
(β)



(γ)



(δ)



- ⑤ Στο δίπλα τρίγωνο να φέρετε την κάθετη από την κορυφή A προς την πλευρά BΓ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ

ΘΕΩΡΙΑ: ΣΕΛ 173

ΑΣΚΗΣΕΙΣ: 2,3,4,
ΣΕΛ 175

ΕΝΟΤΗΤΑ Β.1.7.

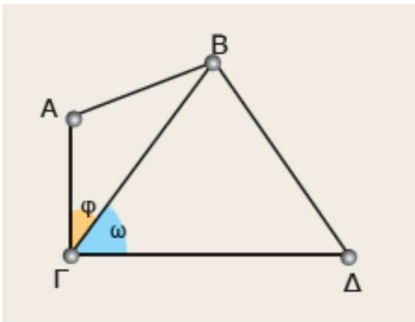
Εφεξής και διαδοχικές γωνίες - Άθροισμα γωνιών

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

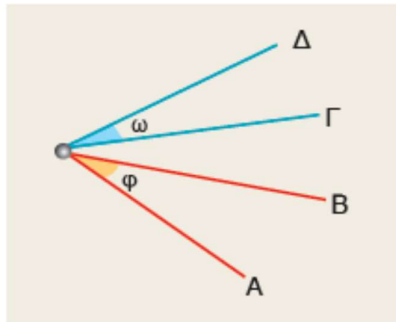
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

Σε καθένα από τα παρακάτω τρία σχήματα υπάρχουν δύο γωνίες $\hat{\phi}$ και $\hat{\omega}$.

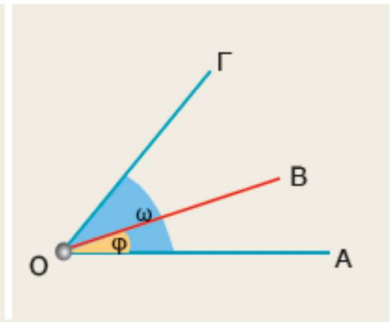
➤ Συμπλήρωσε τα κενά στην πρόταση που αντιστοιχεί σε καθένα από τα τρία σχήματα και δικαιολόγησε την απάντησή σου.



Έχουν κοινή την
και την και
κανένα άλλο κοινό σημείο.



Έχουν μόνο κοινή
..... και
κανένα άλλο κοινό σημείο.



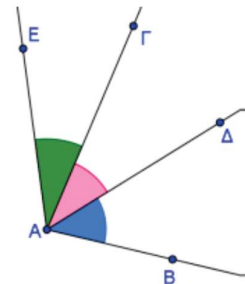
Έχουν κοινή την
μία και
.....

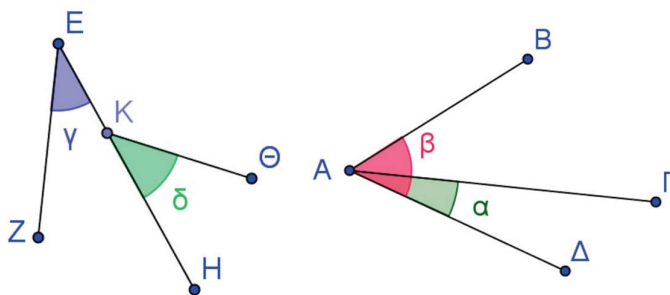
2

Εφεξής γωνίες είναι δύο γωνίες που έχουν την ίδια κορυφή, μία κοινή πλευρά και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό σημείο

Διαδοχικές γωνίες ονομάζονται περισσότερες από δύο γωνίες, που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και καθεμιά από αυτές είναι εφεξής γωνία με την προηγούμενη ή την επομένη της

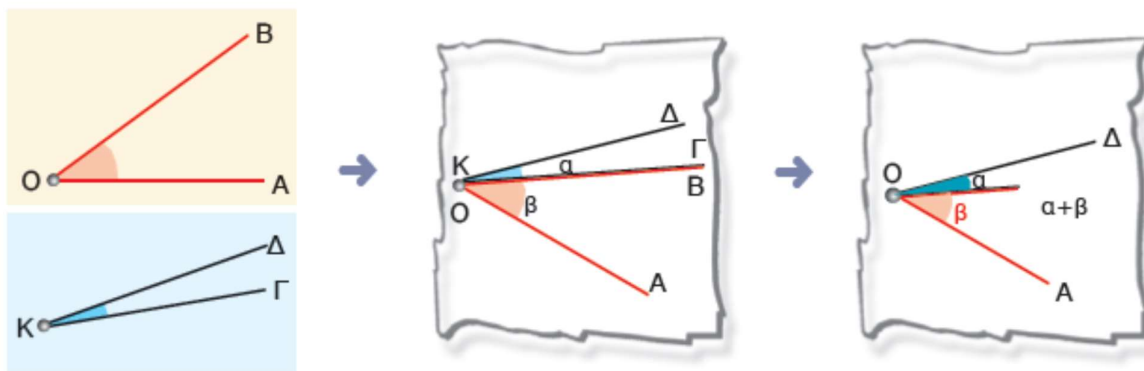
Να εξετάσετε αν τα παρακάτω ζευγη γωνιών είναι εφε ξής





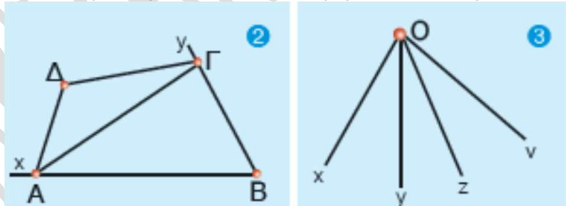
Για να βρούμε το άθροισμα δύο γωνιών, τις κάνουμε εφεξής και βρίσκουμε το άθροισμα των μέτρων των δύο γωνιών.

Να βρεθεί το άθροισμα δύο γωνιών

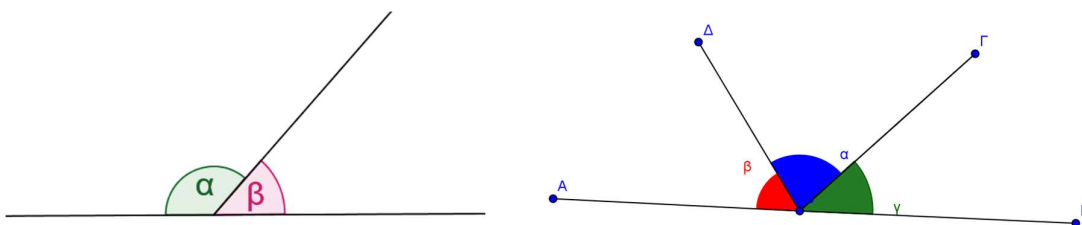


13

Να γράψεις τις εφεξής και τις διαδοχικές γωνίες που υπάρχουν στα παρακάτω σχήματα.



Να βρεθεί το άθροισμα των παρακάτω γωνιών



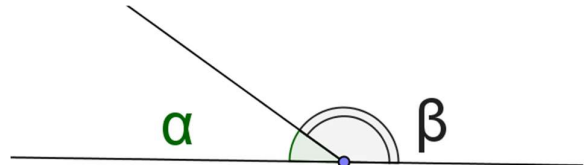
ΕΝΟΤΗΤΑ Β.1.8.

Παραπληρωματικές και συμπληρωματικές γωνίες - Κατακορυφήν γωνίες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

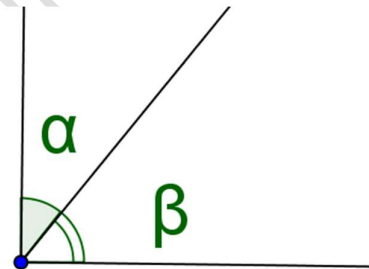
Παραπληρωματικές Ονομάζονται δυο γωνίες που έχουν άθροισμα 180° .
Η κάθε μια από αυτές λέγεται παραπληρωματική της άλλης.



Οι πλευρές των παραπληρωματικών γωνιών είναι αντικείμενες ημιευθείες

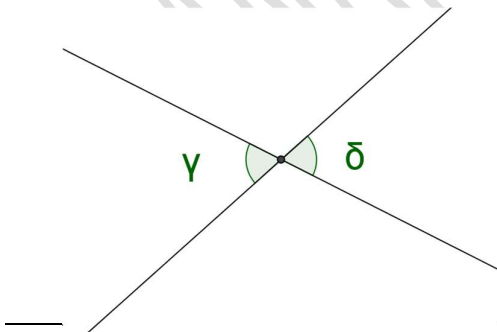
Αν δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές τότε $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180$

Συμπληρωματικές Ονομάζονται δυο γωνίες που έχουν άθροισμα 90° .
Η κάθε μια από αυτές λέγεται συμπληρωματική της άλλης.
Οι πλευρές των παραπληρωματικών γωνιών είναι κάθετες ημιευθείες



Αν δύο γωνίες είναι συμπληρωματικές τότε $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90$

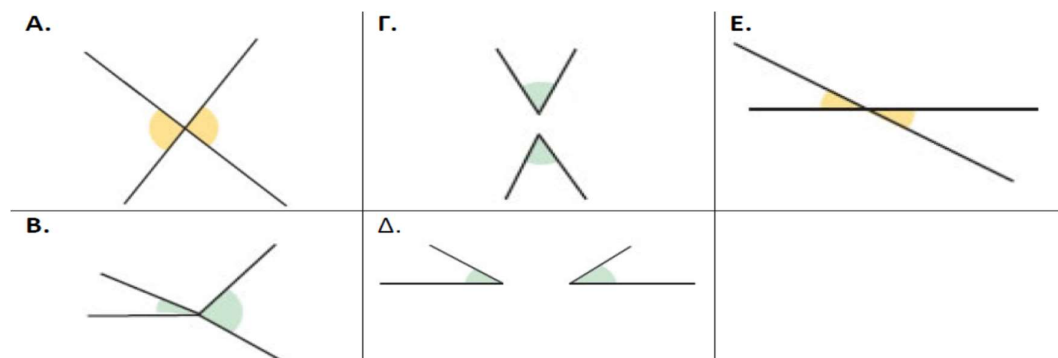
Κατακορυφήν ονομάζονται οι γωνίες που έχουν την κορυφή ουσ κοινή και τις πλευρές τους αντικείμενες ημιευθείες



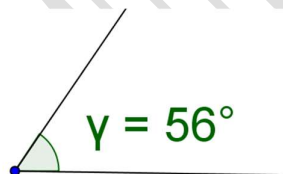
Οι κατακορυφήν
Γωνίες είναι μεταξύ
τους ίσες
 $\gamma = \delta$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

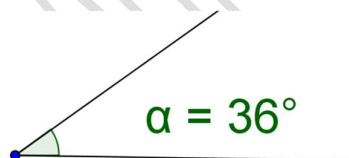
1. Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις οι γωνίες είναι κατακορυφήν και γιατί;



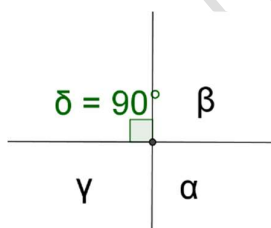
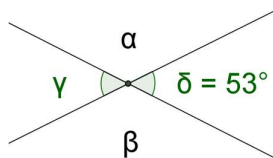
2. Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε την παραπληρωματική της παρακάτω γωνίας



3. Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε την συμπληρωματική της παρακάτω γωνίας



4. Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ , σε κάθε περίπτωση.



ΕΝΟΤΗΤΑ Β.1.9.

Θέσεις ευθειών στο επίπεδο .

ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ

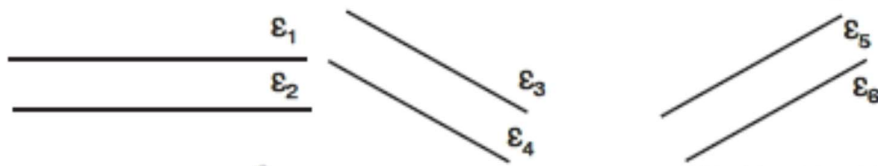
ΘΕΩΡΙΑ: ΣΕΛ 180

ΑΣΚΗΣΕΙΣ: 1,2,3,4
ΣΕΛ 183

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

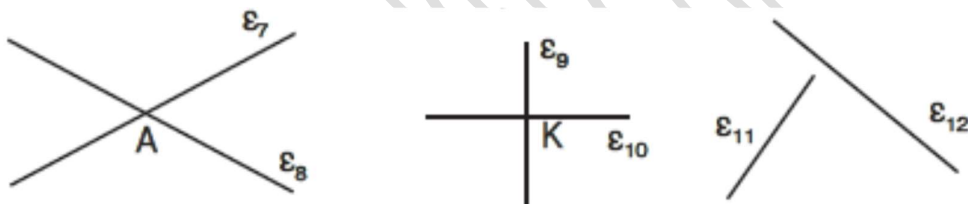
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

- Δύο ευθείες του ίδιου επιπέδου λέγονται παράλληλες όταν δεν έχουν κανένα κοινό σημείο όσο και αν προεκταθούν

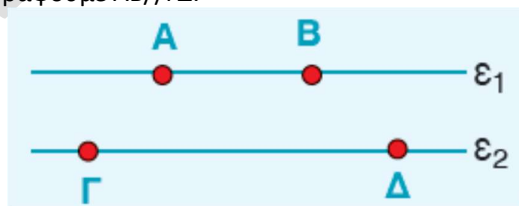


Για να δηλώσουμε ότι δύο ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες, χρησιμοποιούμε το σύμβολο “//” και γράφουμε $\epsilon_1 // \epsilon_2$.

- Δύο ευθείες του ίδιου επιπέδου που έχουν ένα κοινό σημείο ονομάζονται τεμνόμενες και το κοινό τους σημείο λέγεται σημείο τομής των δύο ευθειών.



- Δύο ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο ή θα είναι παράλληλες ή θα τέμνονται.
- Δύο ευθύγραμμα τμήματα που βρίσκονται πάνω σε δύο παράλληλες ευθείες, θα λέγονται παράλληλα ευθύγραμμα τμήματα και γράφουμε $AB // \Gamma\Delta$.

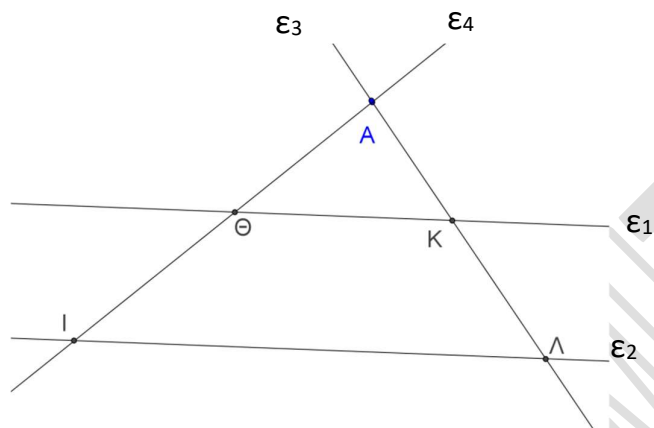


- Από ένα σημείο A, εκτός ευθείας ϵ , διέρχεται μία και μοναδική ευθεία ϵ_1 παράλληλη στην ϵ .



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1.



Οι ε_1 και ε_2 είναι

Οι ε_1 και ε_3 είναι και στο σημείο

Οι ε_1 και ε_4 είναι και στο σημείο

Οι ε_4 και ε_2 είναι και στο σημείο

Οι ε_4 και ε_2 είναι και στο σημείο

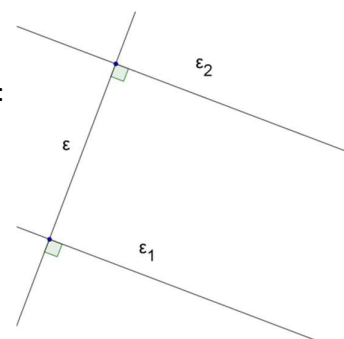
2. Να φέρετε από το σημείο A παράλληλη προς την ευθεία ε

A

Βήμα 1: Φέρνουμε την ευθεία ε_1 από το A που είναι κάθετη στην ε

Βήμα 2: Φέρνουμε την κάθετη στην ε_1 στο σημείο A

Γενικότερα:



$$\left\{ \begin{array}{cc} \varepsilon_1 & \perp & \varepsilon \\ \varepsilon_2 & \perp & \varepsilon \end{array} \right\} \text{ τότε } \varepsilon_1 // \varepsilon_2$$

ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ

ΘΕΩΡΙΑ: ΣΕΛ 184

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ: 1,2,5
ΣΕΛ 186**

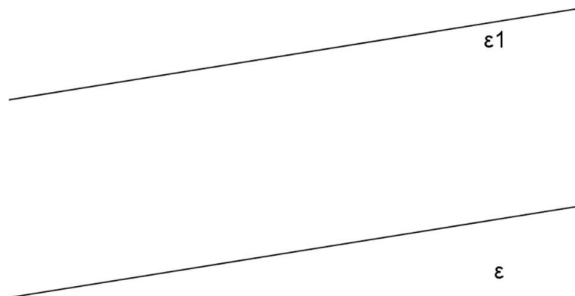
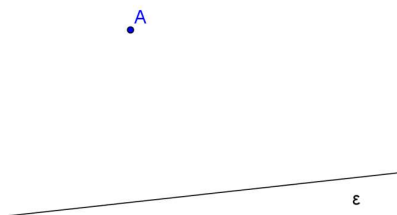
ΕΝΟΤΗΤΑ Β.1.10.

Απόσταση σημείου από ευθεία - Απόσταση παραλλήλων

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

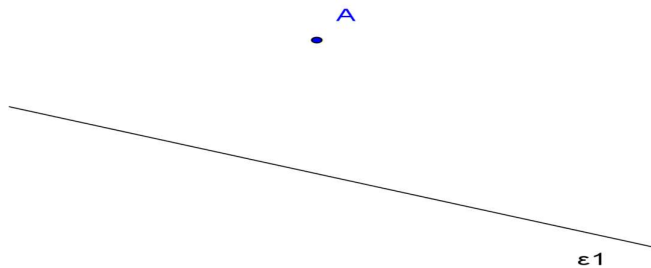
Να υπολογίσετε πόσο απέχει το σημείο Α από την ευθεία ε



Οι ευθείες ε και ε1 είναι παράλληλες . Να υπολογίσετε πόσο απέχουν

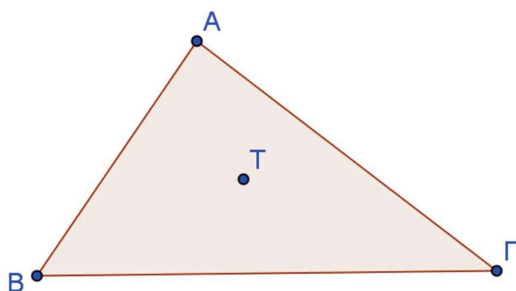
Να σχεδιάσετε μια ευθεία παράλληλη στην ε1 που απέχει από αυτήν 1 cm



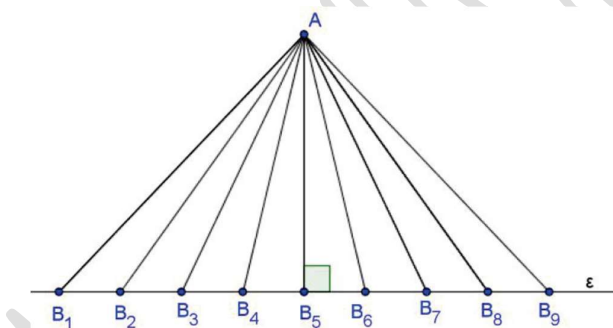


Ένα πλοίο ταξιδεύει πάνω στην ευθεία ϵ_1 . Στην θέση A βρίσκεται ένας φάρος. Αν 1cm αντιστοιχεί σε 1Km να υπολογίσετε την κοντινότερη απόσταση τοπυ πλοίου από τον φάρο

Να σχεδιάσετε τα ευθύγραμμα τμήματα που το μήκος τους είναι ίσο με τις αποστάσεις του σημείου Τα από τις πλευρές του τριγώνου ABΓ



΄Ποιο από τα παρακάτω ευθύγραμμα τμήματα έχει το μικρότερο μήκος;



ΕΝΟΤΗΤΑ Β.1.11.

Κύκλος και στοιχεία του κύκλου

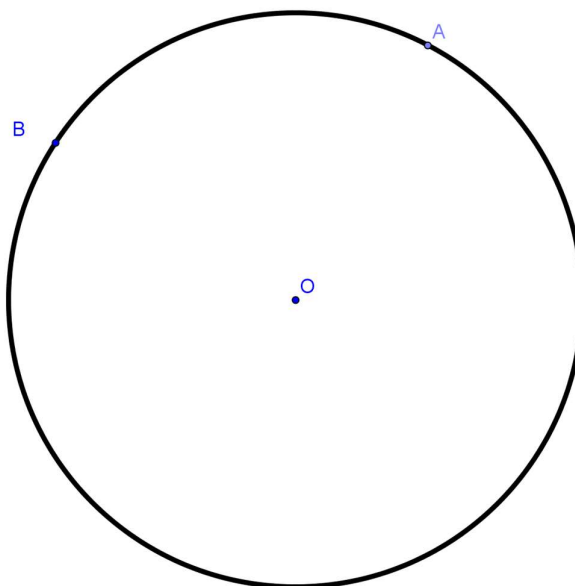
ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ

ΘΕΩΡΙΑ: ΣΕΛ 188

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ: 1,2,3,4,5,
ΣΕΛ 189**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

Κύκλος λέγεται το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου που απέχουν την ίδια απόσταση από ένα σταθερό σημείο O . Η απόσταση αυτή συμβολίζεται με ρ και λέγεται του κύκλου. Το σημείο O λέγεται του κύκλου.



20

Στον παραπάνω κύκλο σχεδιάστε

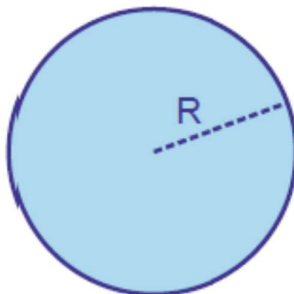
Την χορδή AB (το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα σημεία A, B)

Μια διάμετρο του κύκλου (μια χορδή που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου)

Το τόξο AB (τα σημεία του κύκλου από το A έως το B)

Κυκλικός δίσκος (O, ρ) είναι ο κύκλος (O, ρ) μαζί με το μέρος του επιπέδου που περικλείει.

Όλα τα σημεία του κυκλικού δίσκου απέχουν από το κέντρο O απόσταση μικρότερη ή ίση με την ακτίνα ρ .



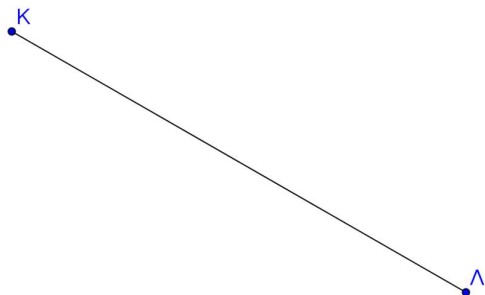
Να σχεδιάσετε δύο κύκλους με το ίδιο κέντρο O και ακτίνες 2 cm και 3 cm



Να σχεδιάσετε έναν κύκλο με διάμετρο $\Gamma\Delta$



Να βρείτε ένα σημείο που απέχει 3 cm από το K και 2 cm από το Λ



Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο με πλευρές 3 cm , 2 cm , 1 cm

21

ΕΝΟΤΗΤΑ Β.1.13.

Θέσεις ευθείας και κύκλου

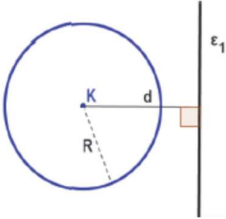
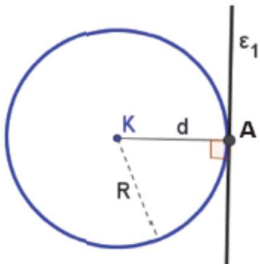
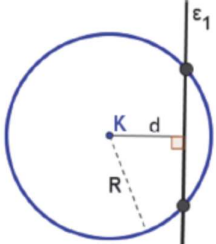
ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ

ΘΕΩΡΙΑ: ΣΕΛ 193

ΑΣΚΗΣΕΙΣ: 1,2,3,4,
ΣΕΛ 194

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

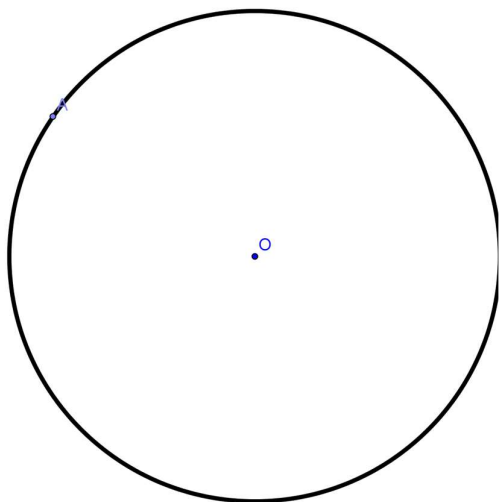
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

	Πόσα κοινά σημεία έχει ο κύκλος και η ευθεία;..... Η ευθεία ε ονομάζεται του κύκλου. Η απόσταση του κέντρου Ο από την ευθεία είναι ΟΜ ... ρ
	Πόσα κοινά σημεία έχει ο κύκλος και η ευθεία;..... Η ευθεία ε ονομάζεται του κύκλου. Η απόσταση του κέντρου Ο από την ευθεία είναι ΟΜ ... ρ Ισχύει ότι ΟΜ στην ευθεία ε
	Πόσα κοινά σημεία έχει ο κύκλος και η ευθεία;..... Η ευθεία ε ονομάζεται του κύκλου. Η απόσταση του κέντρου Ο από την ευθεία είναι ΟΜ ... ρ

1. Να φέρετε ένα κύκλο που εφάπτεται στην ε στο σημείο Α



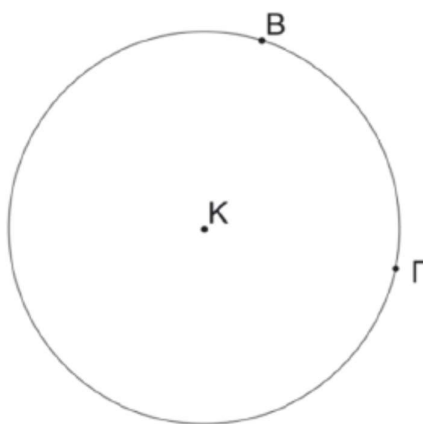
2. Να φέρετε την εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A



3.

Στο σχήμα να φέρετε τις εφαπτομένες του κύκλου στα σημεία B και Γ . Αν οι εφαπτομένες τέμνονται στο σημείο A , να συγκρίνετε:

- (α) Τις αποστάσεις AB και $A\Gamma$.
 (β) Τις αποστάσεις των σημείων B και Γ από το ευθύγραμμο τμήμα KA .



ΕΝΟΤΗΤΑ Β.2.1 .

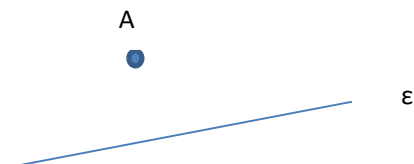
Συμμετρία ως προς άξονα

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

Δραστηριότητα 1

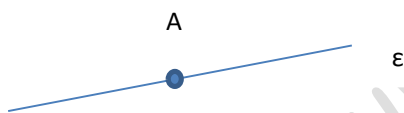
Βρείτε το συμμετρικό του A ως προς την ευθεία ε



Βρείτε το συμμετρικό του B ως προς την ευθεία ε₁



Βρείτε το συμμετρικό του A ως προς την ευθεία ε



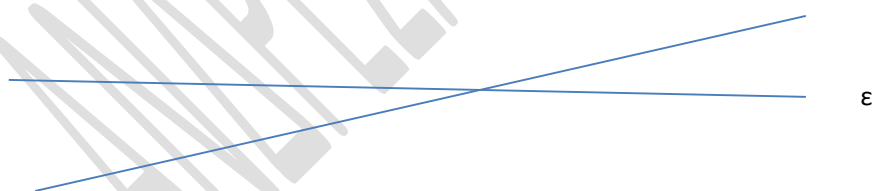
Συμμετρικό ενός σημείου A ως προς μια ευθεία ε είναι το σημείο A' με το οποίο συμπίπτει το A αν διπλώσουμε το φύλλο κατά μήκος της ευθείας ε

Δυο σχήματα λέγονται συμμετρικά ως προς μια ευθεία ε αν το ένα αποτελείται από τα συμμετρικά σημεία του άλλου ως προς την ε

Αν διπλώσουμε το φύλλο τα δυο συμμετρικά σχήματα θα συμπέσουν .

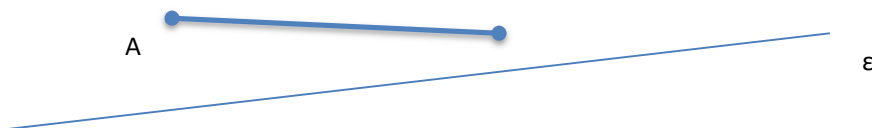
Δραστηριότητα 2

Να βρείτε το συμμετρικό της ευθείας ε ως προς την ευθεία δ



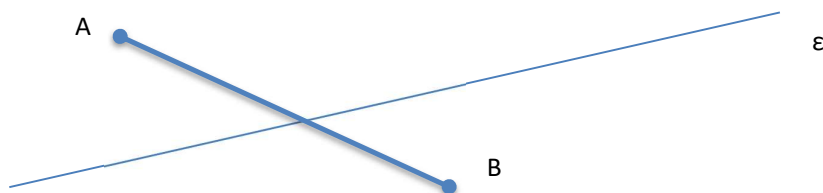
Δραστηριότητα 3

Να βρείτε το συμμετρικό του ευθύγραμμου τμήματος AB ως προς την ευθεία ε

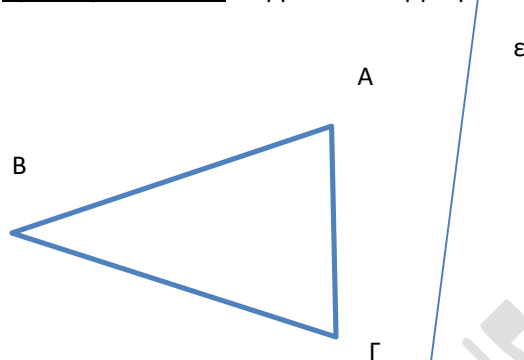


Δραστηριότητα 4

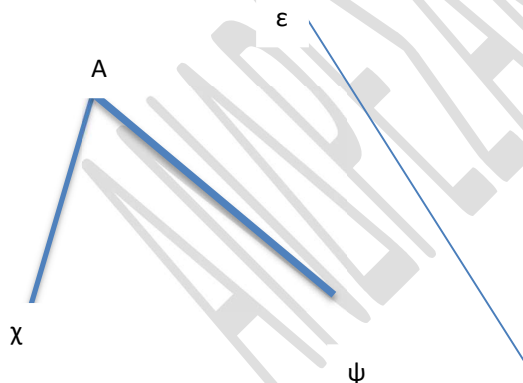
Να βρείτε το συμμετρικό του ευθύγραμμου τμήματος AB ως προς την ευθεία ϵ



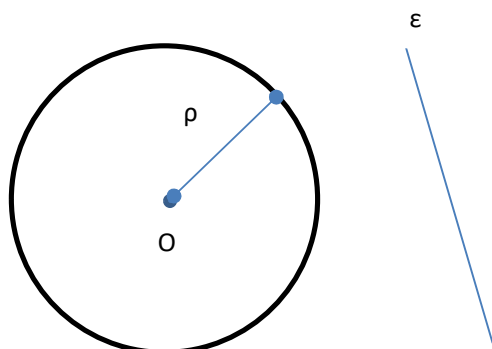
Δραστηριότητα 5 Να βρείτε το συμμετρικό του Τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς την ευθεία ϵ



Δραστηριότητα 6 Να βρείτε το συμμετρικό της γωνίας $\chi A \psi$ ως προς την ευθεία ϵ



Δραστηριότητα 7 Να βρείτε το συμμετρικό του κύκλου (O, ρ) ως προς την ευθεία ϵ



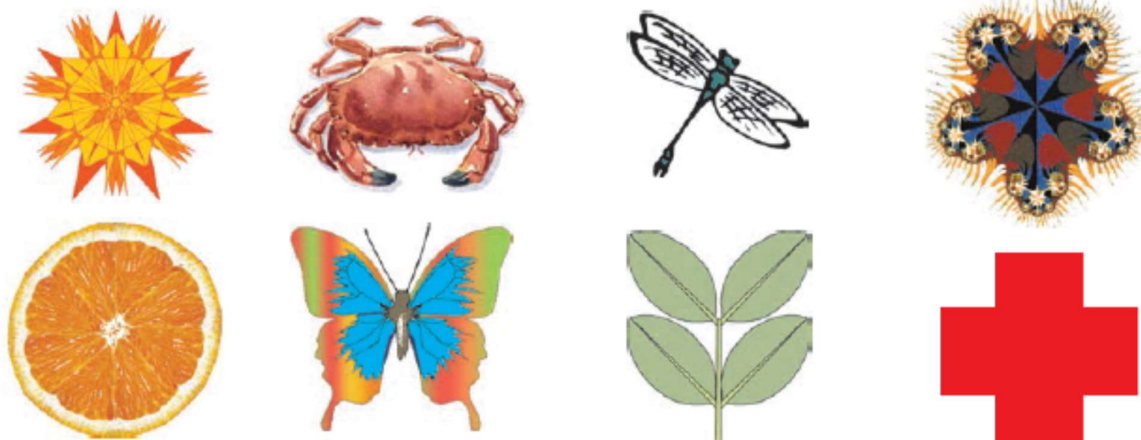
ΕΝΟΤΗΤΑ Β.2.2 .

Άξονας συμμετρίας

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

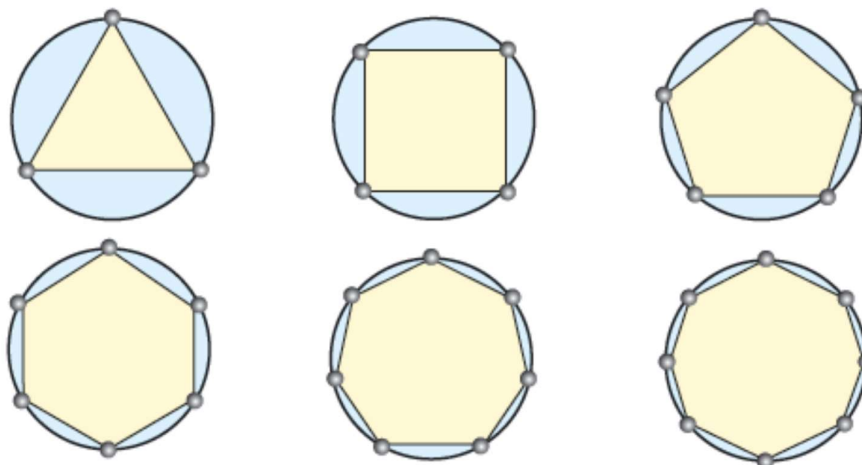
Εξέτασε αν υπάρχει θέση τέτοια που τα δύο μέρη, στα οποία η ευθεία “χωρίζει” το σχήμα, συμπίπτουν, όταν το διπλώσεις κατά μήκος της ευθείας, ακριβώς στη θέση αυτή.



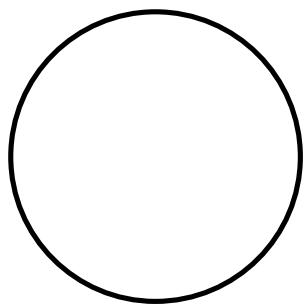
46

- **Άξονας συμμετρίας** σχήματος ονομάζεται η ευθεία που χωρίζει το σχήμα σε δύο μέρη, τα οποία συμπίπτουν όταν διπλωθεί το σχήμα κατά μήκος της ευθείας. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι **το σχήμα έχει άξονα συμμετρίας** την ευθεία αυτή.
- Όταν ένα σχήμα έχει άξονα συμμετρίας, το συμμετρικό του ως προς τον άξονα αυτόν είναι το ίδιο το σχήμα.

Σχεδίασε τους άξονες συμμετρίας των παρακάτω γεωμετρικών σχημάτων



Να βρείτε τον άξονα συμμετρίας ενός κύκλου



Να βρείτε (εάν υπάρχει) τον άξονα (ή τους άξονες) συμμετρίας των παρακάτω γραμμάτων

Α Β Τ Θ Κ Μ Ξ
Ο Π Ε Ι

27

Υπάρχει κάποιο κεφαλαίο γράμμα της Ελληνικής αλφαβήτου που να μην έχει κανένα άξονα συμμετρίας ;

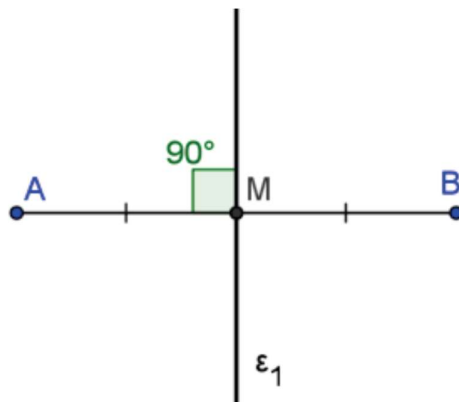
ΕΝΟΤΗΤΑ Β.2.3 .

Μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

Μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος AB ονομάζεται η ευθεία που είναι κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα AB και περνά από το μέσο του.



Πάρτε ένα σημείο K πάνω στην ϵ_1 και μετρήστε τις αποστάσεις KA και KB , Τι παρατηρείτε ;

28

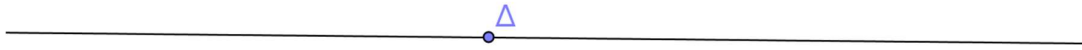
Να κατασκευαστεί η μεσοκάθετος του ΚΛ με υποδεκάμετρο και γνώμονα



Να κατασκευαστεί η μεσοκάθετος του ΚΛ με κανόνα και διαβήτη



Να κατασκευαστεί η κάθετη στην ευθεία ϵ στο σημείο Α

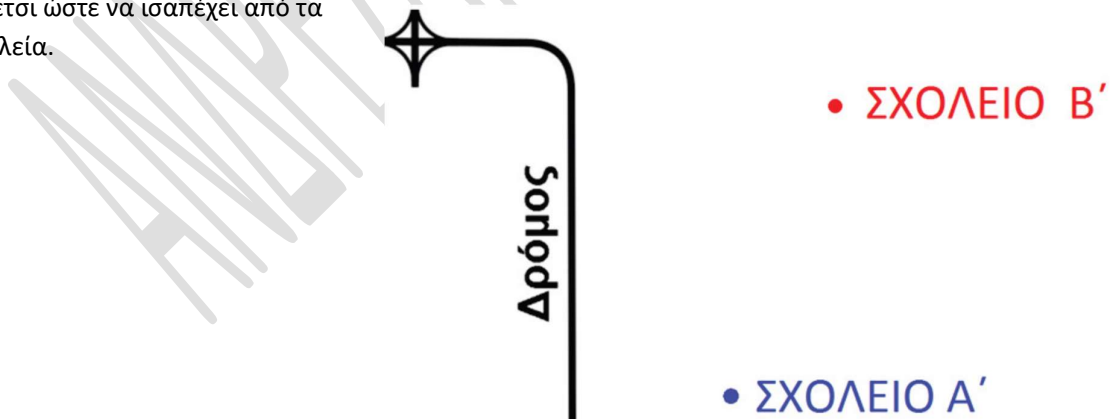


Να κατασκευαστεί η κάθετη στην ευθεία ϵ από το σημείο Ε

Ε

29

Στον διπλανό σχήμα φαίνονται δυο σχολεία (Σχολείο Α' και Σχολείο Β'). Ο Δήμαρχος θέλει να τοποθετήσει μια στάση στον πιο κοντινό δρόμο για το σχολικό λεωφορείο. Να βοηθήσετε τον Δήμαρχο να βρει σε ποιο σημείο πρέπει να τοποθετήσει τη στάση, έτσι ώστε να ισαπέχει από τα δύο σχολεία.



ΕΝΟΤΗΤΑ Β.2.4 .

Συμμετρία ως προς σημείο

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

- Συμμετρικό σημείου Α ως προς κέντρο Ο, είναι το σημείο Α', με το οποίο συμπίπτει το Α, αν περιστραφεί περί το Ο κατά 180° .
- Δύο σημεία Μ και Μ' είναι συμμετρικά ως προς σημείο Ο, όταν το Ο είναι μέσο του τμήματος ΜΜ'.
- Δύο σχήματα λέγονται συμμετρικά ως προς σημείο Ο, όταν κάθε σημείο του ενός είναι συμμετρικό ενός σημείου του άλλου ως προς το Ο.

Βρείτε το συμμετρικό του Α ως προς το Β

A

B

Βρείτε το συμμετρικό του ΔΕ ως προς το Β

Δ

B

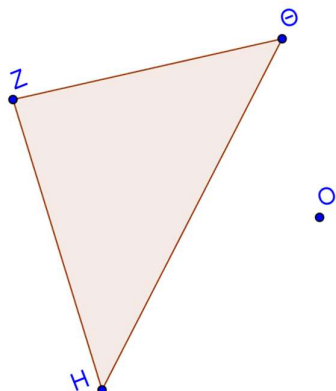
E

Βρείτε το συμμετρικό της ευθείας ως προς το Α

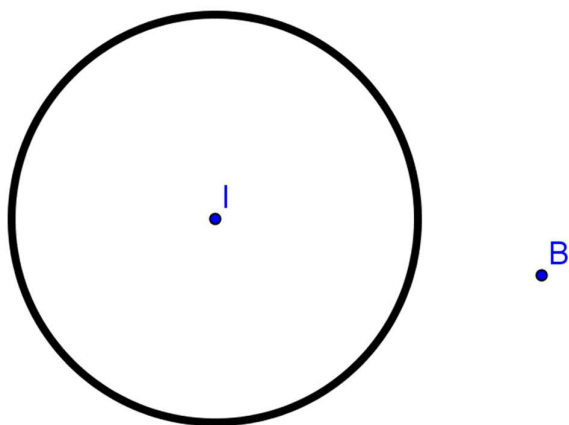
A

30

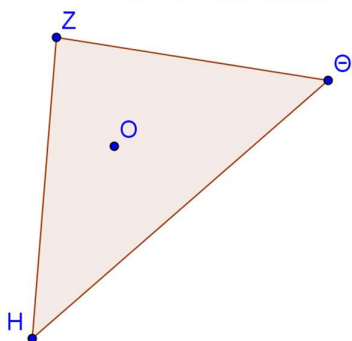
Βρείτε το συμμετρικό του τριγώνου ως προς το O



Βρείτε το συμμετρικό του κύκλου ως προς το B



Βρείτε το συμμετρικό του τριγώνου ως προς το O και μετά ως προς το Θ



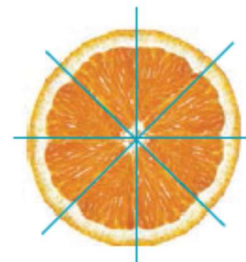
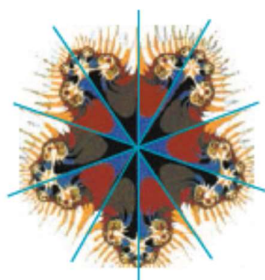
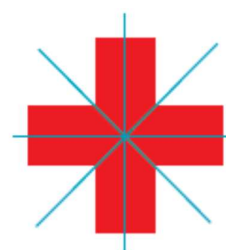
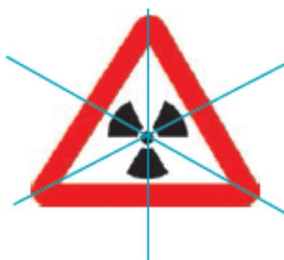
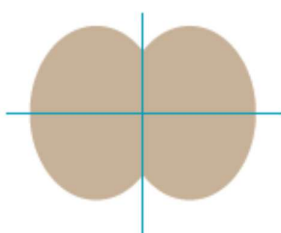
ΕΝΟΤΗΤΑ Β.2.5 .

Κέντρο συμμετρίας

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

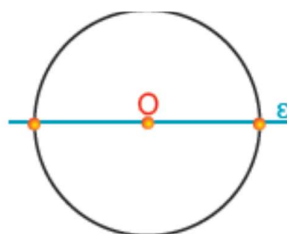
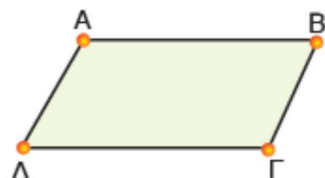
Βρες ένα σημείο, σε κάθε ένα από τα παρακάτω σχήματα, γύρω από το οποίο προσπάθησε να περιστρέψεις το σχήμα αυτό κατά 180° και να παρατηρήσεις εάν συμπίπτει ή όχι με τον εαυτό του, μετά την ολοκλήρωση της περιστροφής αυτής



32

- **Κέντρο συμμετρίας** σχήματος ονομάζεται ένα σημείο του **O**, γύρω από το οποίο αν περιστραφεί το σχήμα κατά 180° , συμπίπτει με το αρχικό. Στην περίπτωση που υπάρχει τέτοιο σημείο, λέμε ότι το σχήμα έχει **κέντρο συμμετρίας** το σημείο **O**.
- Όταν ένα σχήμα έχει κέντρο συμμετρίας, το συμμετρικό του ως προς το κέντρο αυτό είναι το ίδιο το σχήμα.

Ποιο είναι το κέντρο συμμετρίας του παραλληλογράμμου και ποιο του κύκλου;



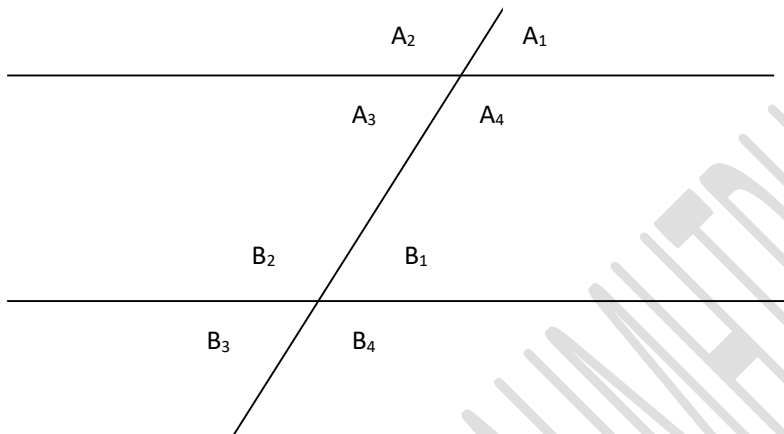
ΕΝΟΤΗΤΑ Β.2.6 .

Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

Έστω οι παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 που τέμνονται από την δ



- Οι γωνίες A_3, A_4, B_1, B_2 βρίσκονται ανάμεσα από τις παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 και γι' αυτό ονομάζονται **εντός**
- Οι γωνίες A_1, A_2, B_3, B_4 βρίσκονται έξω από τις παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 και γι' αυτό ονομάζονται **εκτός**
- Οι γωνίες A_2, A_3, B_2, B_3 βρίσκονται προς το ίδιο μέρος της ευθείας δ και γι' αυτό ονομάζονται **επί τα αυτά**.
- Δύο γωνίες αν βρίσκονται η μία από το ένα μέρος της δ και η άλλη από το άλλο ονομάζονται **εναλλάξ**
Για παράδειγμα οι A_4 με την B_2 είναι εναλλάξ
Άλλο ένα ζευγάρι εναλλάξ γωνιών είναι οικαι

Από τον συνδυασμό όλων των παραπάνω ονοματίζουμε τα ζευγάρι των γωνιών π.χ

- Η A_3 με την B_2 είναι **εντός και επι τα αυτά**
- Η A_4 με την B_2 είναι
- Η A_1 με την B_3 είναι
- Η A_2 με την B_4 είναι
- Η A_1 με την B_4 είναι
- Η A_3 με την B_3 είναι **Επίσης**
- **Εντός εναλλάξ** γωνίες είναι οι.....και
- **Εκτός εναλλάξ** γωνίες είναι οι.....και
- **Εντός εκτός και επι τα αυτά** γωνίες είναι οικαι
- **Εντός και επι τα αυτά** γωνίες είναι οικαι
- **Εκτός και επι τα αυτά** γωνίες είναι οικαι

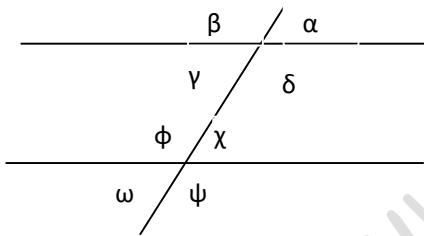
- **Εντός- εκτός εναλλάξ** γωνίες είναι οικαι

Με μέτρηση με μοιρογνωμόνιο βρίσκουμε ότι :

- ✓ Οι **εντός εναλλάξ** γωνίες είναι **ίσες**
- ✓ Οι **εκτός εναλλάξ** γωνίες είναι **ίσες**
- ✓ Οι **εντός εκτός και επι τα αυτά** γωνίες είναι **ίσες**

Ενώ

- ✓ Οι **εντός και επι τα αυτά** γωνίες είναι **παραπληρωματικές**
- ✓ Οι **εκτός και επι τα αυτά** γωνίες είναι **παραπληρωματικές**
- ✓ Οι **εντός εκτός εναλλάξ** γωνίες είναι **παραπληρωματικές**



Άρα σύμφωνα με τα παραπάνω

$$\alpha = \dots, \gamma = \dots$$

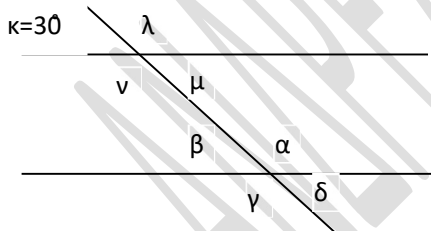
$$\beta = \dots, \delta = \dots$$

$$\phi = \dots, \psi = \dots$$

η ω είναι παραπληρωματική με την η α είναι παραπληρωματική με την

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Αν $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$ και $\kappa = 30^\circ$ να υπολογιστούν οι υπόλοιπες γωνίες του σχήματος



$$\mu = \dots \text{ γιατί } \dots$$

$$\lambda = \dots \text{ γιατί } \dots$$

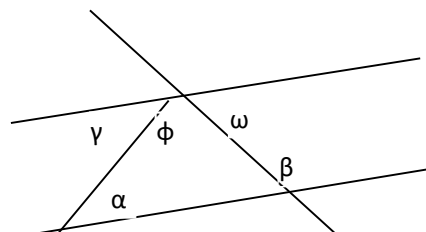
$$\nu = \dots \text{ γιατί } \dots$$

$$\alpha = \dots \text{ γιατί } \dots$$

$$\beta = \dots \text{ γιατί } \dots$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Αν $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$ και $\alpha = 30^\circ, \beta = 70^\circ$ να υπολογιστεί η ϕ

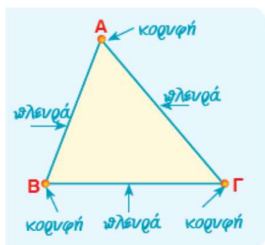


ΕΝΟΤΗΤΑ Β.3.1 .

Στοιχεία τριγώνου - Είδη τριγώνων

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

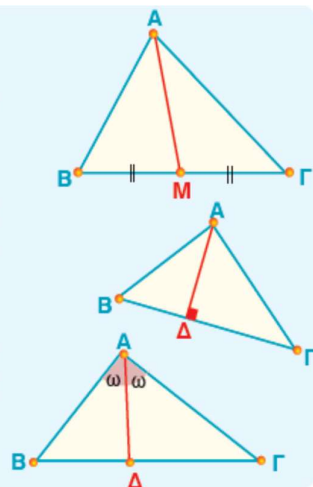
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....



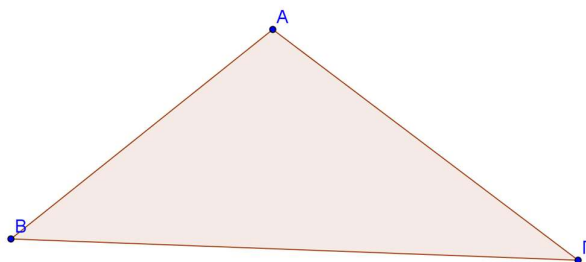
Πλευρές κάθετες		Όχι κάθετες πλευρές	
Μία γωνία ορθή		Μία γωνία μεγαλύτερη της ορθής	Όλες οι γωνίες μικρότερες της ορθής
Ορθογώνιο		Αμβλυγώνιο	Οξυγώνιο
Ισότητα πλευρών		Ανισότητα πλευρών	
Τρεις πλευρές ίσες	Δύο πλευρές ίσες	Όλες οι πλευρές άνισες	
Ισόπλευρο	Ισοσκελές	Σκαληνό	

Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου

- Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς, λέγεται διάμεσος.
- Το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μία κορυφή ενός τριγώνου κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς, λέγεται ύψος του τριγώνου.
- Το ευθύγραμμο τμήμα της διχοτόμου μιας γωνίας ενός τριγώνου που φέρνουμε από μια κορυφή και καταλήγει στην απέναντι πλευρά, λέγεται διχοτόμος του τριγώνου.



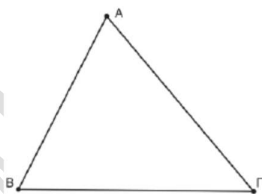
Στο παρακάτω σχήμα σχεδιάστε την διάμεσο AM , την διάμεσο BL και την διάμεσο ΓN . Τι παρατηρείτε;



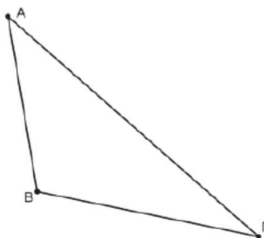
36

Να κατασκευάσετε τα ύψη από την κορυφή Α στα παρακάτω τρίγωνα

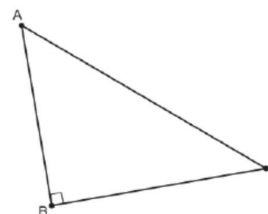
(α)



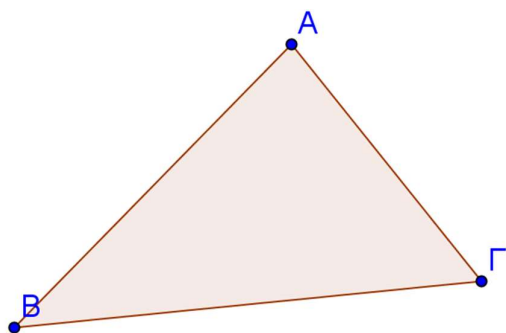
(β)



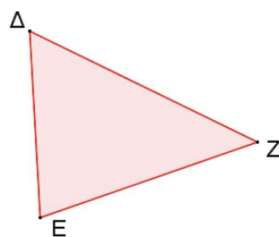
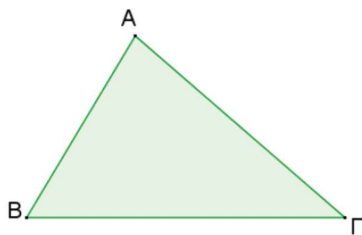
(γ)



Φέρτε τα 3 ύψη στο παρακάτω τρίγωνο . Τι παρατηρείτε;



Να σχεδιάσετε τις διχοτόμους των τριγώνων



ΕΝΟΤΗΤΑ Β.3.2 .

Άθροισμα γωνιών τριγώνου - Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου

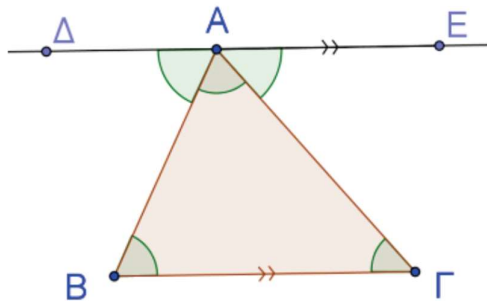
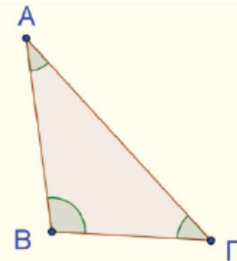
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

Σε κάθε τρίγωνο το άθροισμα των γωνιών του είναι ίσο με 180° .

Παράδειγμα:

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$



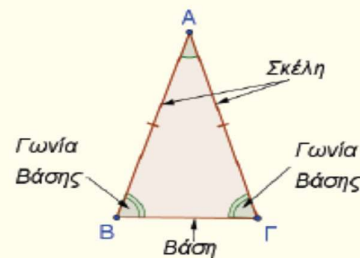
Απόδειξη:

38

- Σε ισοσκελές τρίγωνο οι δύο ίσες πλευρές του ονομάζονται **σκέλη** του ισοσκελούς τριγώνου και η τρίτη πλευρά ονομάζεται **βάση** του ισοσκελούς τριγώνου. Οι γωνίες που πρόσκεινται στη βάση ονομάζονται **παρά τη βάση γωνίες**.

Παράδειγμα:

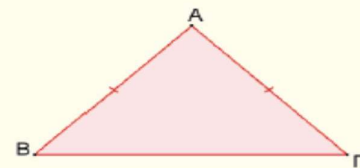
$\hat{B}, \hat{\Gamma}$: παρά τη βάση γωνίες του $\Delta AB\Gamma$.



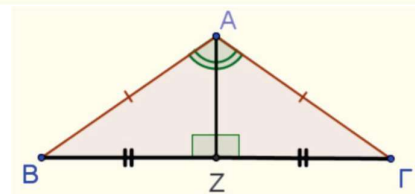
- Οι παρά τη βάση γωνίες ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες. Αντίστροφα αν σε τρίγωνο δύο γωνίες είναι ίσες, τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

Παράδειγμα:

Σε $\Delta AB\Gamma$ αν ισχύει $AB = AG$, τότε $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ και αντίστροφα.



Σε ισοσκελές τρίγωνο το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση είναι διχοτόμος και διάμεσος



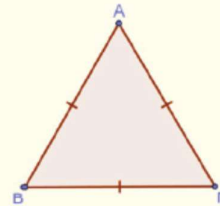
και

- Σε ισόπλευρο τρίγωνο όλες οι γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους. Αντίστροφα αν σε τρίγωνο και οι τρεις γωνίες είναι ίσες, τότε το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.

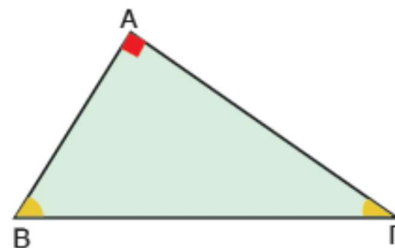
Παράδειγμα:

Σε $\triangle AB\Gamma$ αν ισχύει $AB = A\Gamma = B\Gamma$, τότε

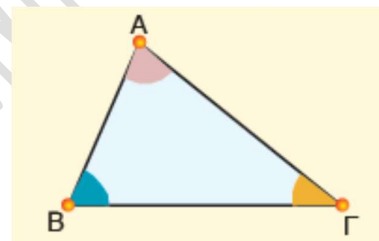
$\hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma}$ και αντίστροφα.



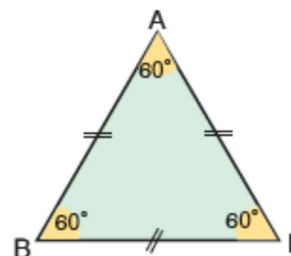
Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο οι οξείες γωνίες είναι συμπληρωματικές.



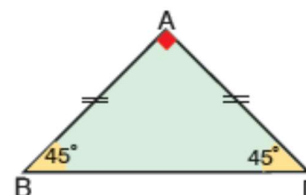
Να σχεδιαστούν οι εξωτερικές γωνίες του τριγώνου

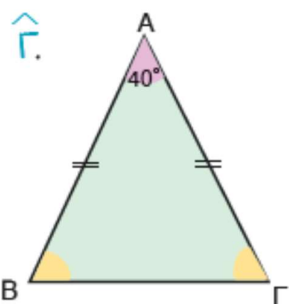


Οι γωνίες ενός ισόπλευρου τριγώνου είναι όλες ίσες με 60° .



Να υπολογιστούν οι γωνίες ενός ορθογωνίου και ισοσκελούς τριγώνου.



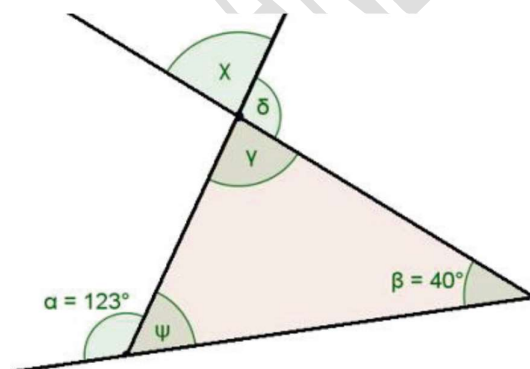


Στο δίπλα τρίγωνο είναι $A = 40^\circ$. Να βρείτε τις B και Γ γωνίες

Σε ένα τρίγωνο είναι $A = 36$ μοίρες και η B είναι διπλάσια της Γ. Να υπολογίσετε τις B και Γ γωνίες

40

Να υπολογίσετε τις γωνίες που σημειώνονται με μικρά γράμματα

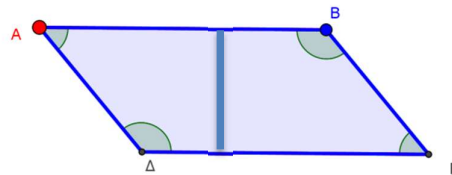


ΕΝΟΤΗΤΕΣ Β.3.3-3.4 .

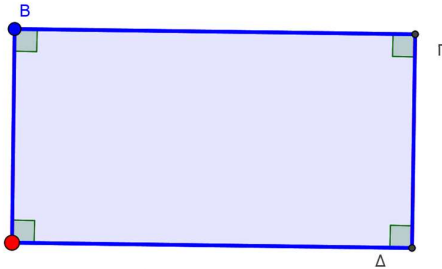
Παραλληλόγραμμο - Ορθογώνιο - Ρόμβος - Τετράγωνο - Τραπεζίο - Ισοσκελές τραπέζιο

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

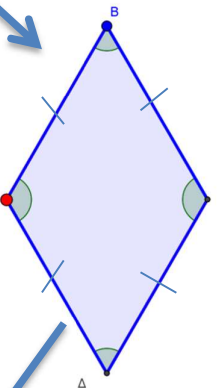
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....



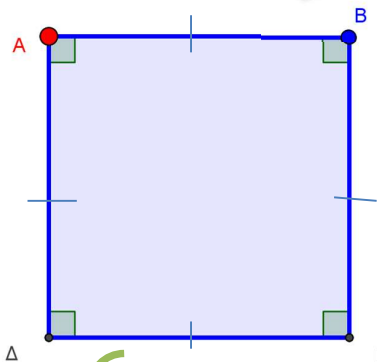
Παραλληλόγραμμο ονομάζεται το τετράπλευρο επίπεδο σχήμα που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες.
 $AB//ΓΔ$ $ΑΔ//ΒΓ$



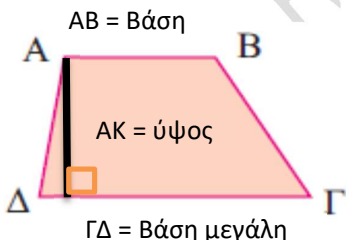
Ένα παραλληλόγραμμο με όλες τις γωνίες ορθές, λέγεται **ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ**
 $AB//ΓΔ$ $ΑΔ//ΒΓ$
 $A=B=Γ=Δ=90$



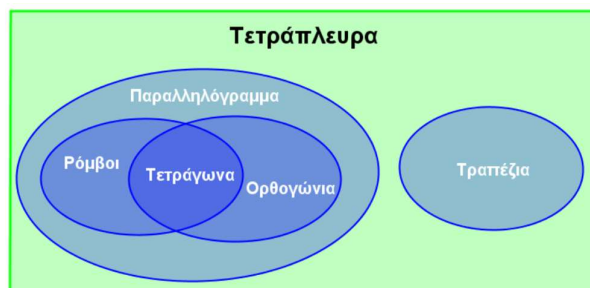
Ένα παραλληλόγραμμο με όλες τις πλευρές ίσες λέγεται **ΡΟΜΒΟΣ**
 $AB//ΓΔ$ $ΑΔ//ΒΓ$
 $AB=ΒΓ=ΓΔ=ΔΑ$



Ένα παραλληλόγραμμο με όλες τις γωνίες ορθές ΚΑΙ όλες τις πλευρές ίσες, λέγεται **ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ**
 $AB//ΓΔ$ $ΑΔ//ΒΓ$
 $A=B=Γ=Δ=90$
 $AB=ΒΓ=ΓΔ=ΔΑ$

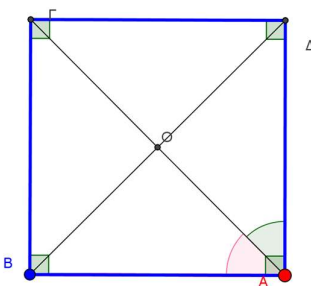


- Ένα τετράπλευρο με δύο μόνο απέναντι πλευρές παράλληλες ονομάζεται **Τραπεζίο** ($AB//ΓΔ$)
- Αν σε ένα τραπέζιο οι μη παράλληλες πλευρές είναι ίσες τότε ονομάζεται **ισοσκελές τραπέζιο** $AB//ΓΔ$, $ΑΔ=ΒΓ$.
Επίσης στο ισοσκελές τραπέζιο:
Οι προσκείμενες σε κάθε βάση γωνίες του είναι ίσες



ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΩΝ

	ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ • Το σημείο τομής των διαγωνίων το λέμε κέντρο του παραλληλογράμμου • Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες • Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες • Οι διαγώνιοι διχοτομούνται (κάθε μια περνά από το μέσο της άλλης)
	ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ ΙΣΧΥΕΙ ΟΤΙ ΣΤΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ + • Οι διαγώνιες είναι ίσες • Οι μεσοκάθετοι των πλευρών είναι άξονες συμμετρίας
	ΡΟΜΒΟΣ ΙΣΧΥΕΙ ΟΤΙ ΣΤΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ + ΙΣΧΥΕΙ ΟΤΙ ΣΤΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ + • Οι διαγώνιες είναι κάθετες και διχοτομούνται • Οι διαγώνιες διχοτομούν τις γωνίες • Οι ευθείες των διαγωνίων είναι άξονες συμμετρίας



ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ

ΙΣΧΥΕΙ ΟΤΙ ΣΤΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ **+**

ΙΣΧΥΕΙ ΟΤΙ ΣΤΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ

ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ **+**

ΟΤΙ ΣΤΟ ΡΟΜΒΟ

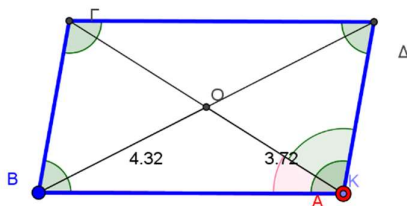
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Στον παρακάτω πίνακα να σημειώστε με "X" στα σχήματα που έχουν τις παρακάτω ιδιότητες

ΙΔΙΟΤΗΤΑ	Παραλληλό- γραμμο	Ορθογώ- νιο	Τετρά- γωνο	Ρόμβος
Οι απέναντι πλευρές είναι πα- ράλληλες.				
Οι διαγώνιοι είναι ίσες.				
Οι πλευρές είναι ίσες.				
Οι διαγώνιοι τέμνονται κάθετα.				
Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.				
Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.				
Οι γωνίες του είναι 90° .				
Δυο διαδοχικές γωνίες είναι Παραπληρωματικές.				
Οι διαγώνιοι διχοτομούνται.				
Οι διαγώνιοι διχοτομούν τις γωνίες του.				

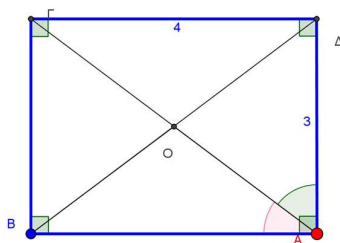
43

2. Στο παρακάτω παραλληλόγραμμο είναι $A = 100$ μοίρες $\Delta = 80$ μοίρες, $OB = 4.32$ cm, $AB = 7$ cm, $OG = 3.72$ cm Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά



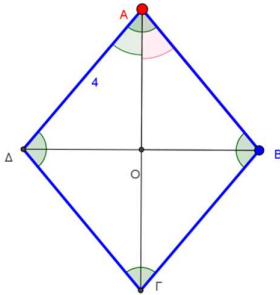
$B = \dots\dots$
 $\Gamma = \dots\dots$
 $OD = \dots\dots$
 $OG = \dots\dots$
 $AD = \dots\dots$
 $ΔΓ = \dots\dots$

3. Το ABΓΔ παρακάτω είναι ορθογώνιο με $\Gamma\Delta = 4$ cm $A\Delta = 3$ cm $A\Gamma = 5$ cm



$B\Gamma = \dots\dots$
 $AB = \dots\dots$
 $OB = \dots\dots$
 $OA = \dots\dots$
 $OG = \dots\dots$
 $OD = \dots\dots$

4. Το ΑΒΓΔ παρακάτω είναι ρόμβος με $AD = 4 \text{ cm}$ και $AG = 6 \text{ cm}$, $\angle D = 100^\circ$ μοίρες και $\angle A = 80^\circ$ μοίρες. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά



$AB = \dots\dots\dots$	$B = \dots\dots\dots$
$\angle \Gamma = \dots\dots\dots$	$\angle \Gamma = \dots\dots\dots$
$B\Gamma = \dots\dots\dots$	$\angle AOB = \dots\dots\dots$
$\angle B = \dots\dots\dots$	$\angle ADO = \dots\dots\dots$
$\angle O = \dots\dots\dots$	$\angle AOB = \dots\dots\dots$
$OB = \dots\dots\dots$	$\angle OGB = \dots\dots\dots$

Να εξετάσετε κατά πόσο οι ακόλουθες προτάσεις είναι αληθείς:

- (α) Κάθε παραλληλόγραμμο είναι και τετράγωνο.
- (β) Κάθε τετράγωνο είναι ρόμβος.
- (γ) Κάθε ορθογώνιο είναι παραλληλόγραμμο.
- (δ) Κάθε ρόμβος είναι τετράγωνο.
- (ε) Κάθε τετράγωνο είναι ορθογώνιο.
- (στ) Κάθε ορθογώνιο είναι παραλληλόγραμμο.

5.

44

6. Να βρεις δυο ομοιότητες και δυο διαφορές των γωνιών, των πλευρών και των διαγωνίων των σχημάτων:

- (α) Τετράγωνο – Ρόμβος
- (β) Τετράγωνο – Ορθογώνιο
- (γ) Ορθογώνιο – Ρόμβος

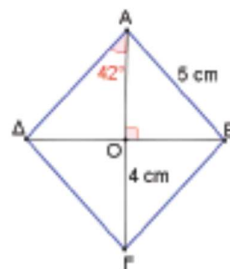
7. Να εξετάσετε κατά πόσο οι πιο κάτω ιδιότητες είναι δυνατόν να ισχύουν για ένα τραπέζιο.

- (α) Τρεις πλευρές ίσες.
- (β) Μια πλευρά, εκτός από τις βάσεις, να είναι μεγαλύτερη από τις βάσεις.
- (γ) Τρεις ορθές γωνίες.
- (δ) Ίσες βάσεις.
- (ε) Δύο πλευρές ίσες χωρίς να είναι το τραπέζιο ισοσκελές.

8.

Αν $ABΓΔ$ είναι ρόμβος, να συμπληρώσετε:

- (α) $BΓ =$ (β) $AΓ =$
 (γ) $BO =$ (δ) $\widehat{BAΓ} =$
 (ε) $\widehat{B\hat{A}Δ} =$ (στ) $\widehat{A\hat{B}Γ} =$



9.

Να υπολογίσετε τις τιμές των x, y, z στα πιο κάτω παραλληλόγραμμα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας:

- (α) (β)



ΚΕΦΑΛΑΙΟ Β . 1

ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- Τι ονομάζουμε γωνία σε ένα επίπεδο;
- Τι ονομάζουμε κορυφή μιας γωνίας και τι πλευρά μιας γωνίας;
- Πότε δύο σχήματα λέγονται ίσα;
- Τι ονομάζουμε απόσταση δύο σημείων;
- Τι ονομάζουμε μέσο ενός ευθυγράμμου τμήματος;
- Πότε δύο γωνίες είναι ίσες;
- Πότε μια γωνία λέγεται κυρτή;
- Πότε μια γωνία λέγεται μη κυρτή;
- Πότε μια γωνία λέγεται μηδενική;
- Πότε μια γωνία λέγεται οξεία;
- Πότε μια γωνία λέγεται ορθή;
- Πότε μια γωνία λέγεται αμβλεία;
- Πότε μια γωνία λέγεται ευθεία;
- Πότε μια γωνία λέγεται πλήρης;
- Πότε δύο ημιευθείες λέγονται κάθετες;
- Πότε δύο ευθείες λέγονται κάθετες;
- Πότε δύο ευθύγραμμα τμήματα λέγονται κάθετα;
- Ποιες γωνίες λέγονται εφεξής;
- Ποιες γωνίες λέγονται διαδοχικές;
- Ποιες γωνίες λέγονται παραπληρωματικές;
- Ποιες γωνίες λέγονται συμπληρωματικές;
- Ποιες γωνίες λέγονται κατακορυφήν;
- Ποια ιδιότητα των κατακορυφήν γωνιών;
- Πότε δύο ή περισσότερες ευθείες λέγονται παράλληλες;
- Πότε δύο ή περισσότερες ημιευθείες λέγονται παράλληλες;
- Πότε δύο ή περισσότερα ευθύγραμμα τμήματα λέγονται παράλληλα;
- Τι ονομάζουμε απόσταση σημείου από ευθεία;
- Τι ονομάζουμε απόσταση παραλλήλων ευθειών;
- Τι ονομάζουμε κύκλο κέντρου O και ακτίνας ρ ;
- Τι ονομάζουμε ακτίνα κύκλου;
- Τι ονομάζουμε διάμετρο κύκλου;
- Πότε δύο κύκλοι λέγονται ίσοι;
- Τι ονομάζουμε χορδή σε ένα κύκλο;
- Τι ονομάζουμε τόξο κύκλου;
- Τι ονομάζουμε κυκλικό δίσκο;
- Τι είναι η εξωτερική ευθεία ενός κύκλου; Να αναφέρετε ένα επιπλέον
- Τι ονομάζουμε εφαπτόμενη ενός κύκλου; Να αναφέρετε ένα επιπλέον χαρακτηριστικό της εφαπτομένης ενός κύκλου.
- Τι ονομάζουμε τέμνουσα ενός κύκλου; Να αναφέρετε ένα επιπλέον χαρακτηριστικό της τέμνουσας ενός κύκλου.
- Τι ονομάζουμε εφαπτόμενα τμήματα ενός κύκλου;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1. Να σχεδιάσετε ένα τετράπλευρο ΑΒΓΔ και να χαράξετε τις ευθείες $x\chi'$ και $y\gamma'$ που περιέχουν τις πλευρές του ΑΒ και ΑΔ αντίστοιχα. Να γράψετε τα ζεύγη των ημιευθειών που σχηματίζονται. Οι ημιευθείες Αχ και Αγ είναι αντικείμενες;.
2. Να κάνετε ένα τρίγωνο ΑΒΓ. Να χαράξετε τις αντικείμενες ημιευθείες των ημιευθειών ΒΑ, ΑΓ, ΓΒ.
3. Να σχεδιάσετε ένα τετράπλευρο ΑΒΓΔ και να βρείτε τις γωνίες που περιέχονται :
α) στη διαγώνιο ΑΓ και την πλευρά ΑΒ
β) στις πλευρές ΒΓ και ΓΔ
γ) στη διαγώνιο ΒΔ και την πλευρά ΑΔ
4. Δίνονται τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ = 3 cm και ΓΔ = 2 cm. Πάνω σε μια ευθεία να πάρετε στη σειρά τρία σημεία Κ, Λ, Μ έτσι ώστε ΚΛ = ΑΒ και ΛΜ = ΓΔ. Πόσο είναι το μήκος του ΚΜ ;
5. Σε μια ευθεία να πάρετε στη σειρά τρία σημεία Α, Β, Γ. Κατόπιν να πάρετε τα μέσα Μ, Ν των ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα. Να δικαιολογήσετε ότι ΑΓ = 2ΜΝ.
6. Να σχεδιάσετε μια ευθεία γωνία $x\hat{O}y$ και να φέρετε τη διχοτόμο της Οζ. Στη συνέχεια να φέρετε τις διχοτόμους των γωνιών $x\hat{O}z$ και $z\hat{O}y$.
7. Να κατασκευάσετε τρίγωνο ΑΒΓ το οποίο να έχει $\hat{A} = 30^\circ$, ΑΒ = 4 cm και ΑΓ = 7 cm.
8. Να κατασκευάσετε τρίγωνο ΑΒΓ το οποίο να έχει ΒΓ = 5 cm, $\hat{B} = 45^\circ$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.
9. Να πάρετε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και να φέρετε την κάθετη στο ΑΒ που περνά :
α) από το Α β) από το Β γ) από το μέσο του ΑΒ
10. Σχεδιάστε μια ευθεία ε και ένα σημείο Α πάνω σε αυτή. Να φέρετε την ευθεία που είναι κάθετη στην ε και περνά από το Α
11. Μια γωνία είναι 58° . Να βρείτε την παραπληρωματική της.
12. Μια γωνία είναι 77° . Να βρείτε την συμπληρωματική της.
- 13.

Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα, όπου είναι δυνατόν:

Γωνία $\hat{A}$	Συμπληρωματική της $\hat{A}$	Παραπληρωματική της $\hat{A}$
42°	$90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$	$180^\circ - 42^\circ = 138^\circ$
10°		
27°		
90°		
110°		
210°		
	33°	
		104°
x°		

14. Δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές. Αν η μία είναι τετραπλάσια από την άλλη, να βρείτε πόσες μοίρες είναι η καθεμία από αυτές.

15. Δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές. Αν $\hat{\omega} = 8 \hat{\phi}$ να τις υπολογίσετε .

16. Μια γωνία $\hat{\phi}$ είναι μεγαλύτερη κατά 40° από την παραπληρωματική της $\hat{\omega}$. Να υπολογίσετε τις δύο γωνίες.

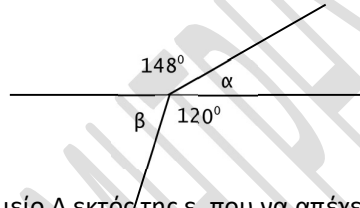
17. Μια γωνία $\hat{\alpha}$ είναι μικρότερη από την συμπληρωματική της $\hat{\beta}$ κατά 20° . Να υπολογίσετε τις δύο γωνίες.

18. Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$. Κατόπιν να σχεδιάσετε :

α) τις κατακορυφών γωνίες των $\hat{A}, \hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$.

β) τις παραπληρωματικές γωνίες των $\hat{A}, \hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$.

19. Να υπολογίσετε σε μοίρες τις γωνίες α και β του παρακάτω σχήματος χωρίς μοιρογνωμόνιο. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



20. Να φέρετε μια ευθεία ϵ και να πάρετε ένα σημείο A εκτός της ϵ , που να απέχει από αυτή 25 mm. Κατόπιν να χαράξετε την ευθεία που διέρχεται από το A και είναι παράλληλη προς την ϵ .

21. Να χαράξετε δύο παράλληλες ευθείες ϵ_1, ϵ_2 . Κατόπιν να χαράξετε μια ευθεία που να είναι παράλληλη στις ϵ_1, ϵ_2 και να ισαπέχει από αυτές.

22. Να φέρετε μια ευθεία ϵ_1 . Να κατασκευάσετε μια ευθεία παράλληλη προς την ϵ_1 , και σε απόσταση 12 mm. Πόσες τέτοιες ευθείες υπάρχουν ;

23. Να σχεδιάσετε ένα κύκλο με : α) ακτίνα $\rho = 4$ cm β) διάμετρο $AB = 7$ cm

24. Να σχεδιάσετε ένα κύκλο $(O, 3$ cm). Αν A είναι ένα σημείο του κύκλου αυτού, να σχεδιάσετε ένα δεύτερο κύκλο $(A, 3$ cm). Τι παρατηρείτε ;

25. Να σχεδιάσετε δύο κύκλους με κέντρο ένα σημείο K και ακτίνες 1,4 cm και 2 cm αντίστοιχα. Να βρείτε τα σημεία του επιπέδου που έχουν απόσταση από το K μεγαλύτερη από 1,4 cm και μικρότερη από 2 cm.

26. Να χαράξετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 3$ cm. Να βρείτε τα σημεία του επιπέδου που η απόστασή τους από τα σημεία A και B είναι μικρότερη από 2 cm.

27. Δίνεται κύκλος $(O, 2,5$ cm) και ένα σημείο του A . Να βρείτε αν υπάρχουν σημεία του κύκλου που έχουν από το A απόσταση : α) 2 cm, β) 5 cm, γ) 6 cm.

28. Σε κύκλο (O, ρ) να φέρετε δύο χορδές AB και $\Gamma\Delta$ με $AB < \Gamma\Delta$. Να συγκρίνετε τις αποστάσεις του O από αυτές. Τι παρατηρείτε ;

29. Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 3$ cm. Να βρείτε τα σημεία του επιπέδου τα οποία απέχουν :

α) 2 cm από το A β) 1,5 cm από το B

γ) 2 cm από το A και 1,5 cm από το B

30. Ένα σημείο A απέχει από μια ευθεία ϵ 3,5 cm. Να βρείτε πόσα κοινά σημεία έχει η ευθεία ϵ με τον κύκλο (A, ρ) όταν :
- α) $\rho = 2$ cm β) $\rho = 3,5$ cm γ) $\rho = 5$ cm
31. Να γράψετε ένα κύκλο (O, 18 mm) και να πάρετε ένα σημείο A στον κύκλο αυτόν. Να χαράξετε την εφαπτομένη του κύκλου που διέρχεται από το A.
32. Να φέρετε δύο ακτίνες OA και OB ενός κύκλου (O, ρ) που να μην είναι στην ίδια ευθεία. Να σχεδιάσετε τις εφαπτομένες του κύκλου στα σημεία A και B. Αν οι εφαπτομένες τέμνονται στο M, να συγκρίνετε τα ευθύγραμμα τμήματα MA και MB.
33. Μια ευθεία ϵ διέρχεται από το μέσο M ενός ευθύγραμμου τμήματος AB = 3 cm και είναι κάθετη σ' αυτό. Αν γράψετε τους κύκλους (A, 15 mm) και (B, 2 cm), να βρείτε ποια είναι η θέση της ϵ ως προς καθέναν από τους δύο κύκλους.
34. Να χαράξετε δύο παράλληλες ευθείες ϵ_1, ϵ_2 που να απέχουν μεταξύ τους 3 cm. Να σχεδιάσετε έναν κύκλο που να εφάπτεται στις ϵ_1, ϵ_2 .
35. Να χαράξετε δύο παράλληλες ευθείες α, β και μια άλλη ευθεία ϵ που τις τέμνει στα σημεία A και B. Με διάμετρο AB να γράψετε ένα κύκλο. Ποια είναι η θέση των α, β ως προς τον κύκλο όταν :
- α) $\epsilon \perp \alpha, \beta$ β) η ϵ δεν είναι κάθετη στις α, β .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Β . 2

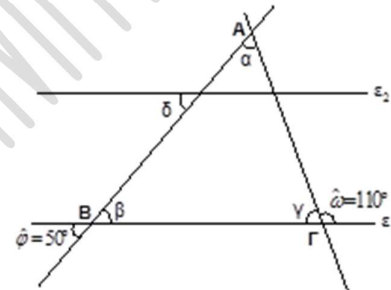
ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- Τι ονομάζουμε συμμετρικό ενός σημείου B ως προς ευθεία ε ;
- Πότε δύο σχήματα $(\Sigma 1)$ και $(\Sigma 2)$ λέγονται συμμετρικά ως προς ευθεία ε ; Ποιο χαρακτηριστικό έχουν;
- Τι ονομάζουμε άξονας συμμετρίας ενός σχήματος; Ποιο είναι το χαρακτηριστικό ενός σχήματος που έχει άξονα συμμετρίας;
- Πόσους και ποιους άξονες συμμετρίας έχει ένας κύκλος;
- Πόσους και ποιους άξονες συμμετρίας έχει ένας κυκλικός δίσκος;
- Τι ονομάζουμε μεσοκάθετο ενός ευθυγράμμου τμήματος;
- Ποιες ιδιότητες της μεσοκάθετου γνωρίζετε;
- Τι ονομάζουμε συμμετρικό ενός σημείου A ως προς το σημείο O ;
- Ποια ιδιότητα έχουν τα συμμετρικά σημεία M, M' ως προς σημείο O ;
- Πότε δύο σχήματα λέγονται συμμετρικά ως προς σημείο; Ποιο χαρακτηριστικό έχουν;
- Τι ονομάζουμε κέντρο συμμετρίας ενός σχήματος;
- Ποιο χαρακτηριστικό έχει ένα σχήμα με κέντρο συμμετρίας;
- Πόσα και ποια κέντρα συμμετρίας έχει ένας κύκλος;
- Πόσα και ποια κέντρα συμμετρίας έχει ένας κυκλικός δίσκος;

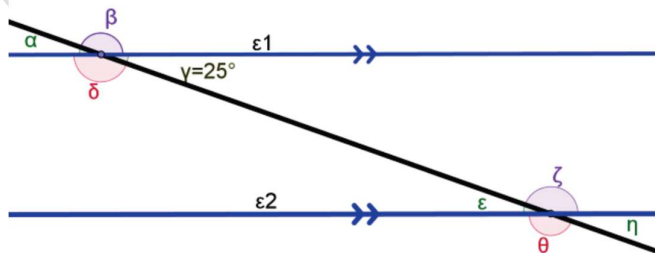
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1. Να χωρίσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 8 \text{ cm}$ σε δύο ίσα ευθύγραμμα τμήματα με κανόνα και διαβήτη.
2. Να χωρίσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 8 \text{ cm}$ σε :
α) 4 ίσα τμήματα β) 8 ίσα τμήματα
3. Να χαράξετε τις διαμέσους ενός τριγώνου με κανόνα και διαβήτη.
4. Σ' έναν κύκλο (O, ρ) να πάρετε 4 σημεία A, B, Γ, Δ . Να εξηγήσετε γιατί οι μεσοκάθετοι των πλευρών του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.
5. Με κανόνα και διαβήτη να κατασκευάσετε την εφαπτομένη ενός κύκλου (O, ρ) σ' ένα σημείο A .
6. Να φέρετε δύο ημιευθείες Ox και Oy που να μην ανήκουν στην ίδια ευθεία. Να πάρετε ένα σημείο A στην Ox και ένα σημείο B στην Oy έτσι ώστε $OA = OB$. Να εξηγήσετε γιατί η μεσοκάθετος του AB διέρχεται από το O .
7. Να προσδιορίσετε το κέντρο του κύκλου με κανόνα και διαβήτη.
8. Με κανόνα και διαβήτη να χαράξετε δύο παράλληλες ευθείες.
9. Δίνεται κύκλος (O, ρ) και δυο σημεία του A και B . Με κανόνα και διαβήτη να βρείτε τα σημεία του κύκλου που ισαπέχουν απ τα A και B .
10. Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$. Αν είναι $\hat{\omega} = 110^\circ$ και $\hat{\phi} = 50^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$

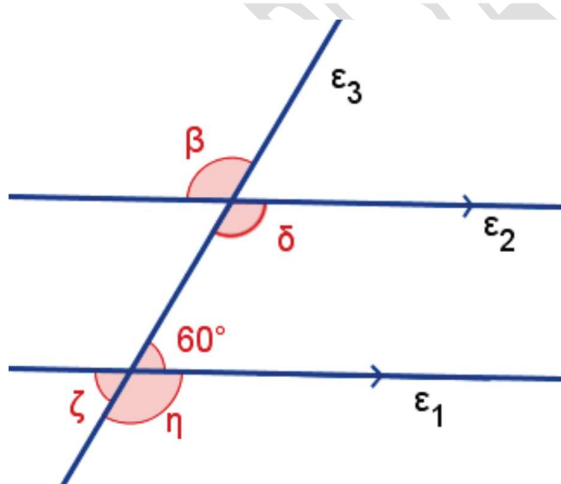
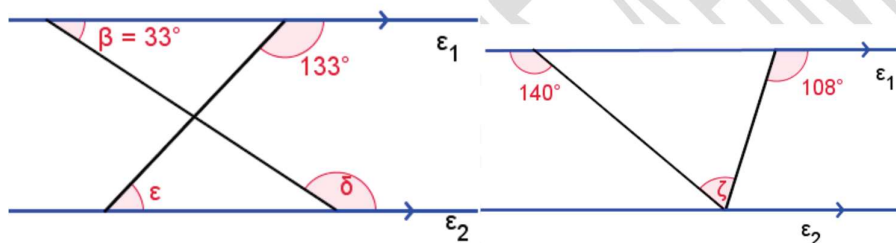
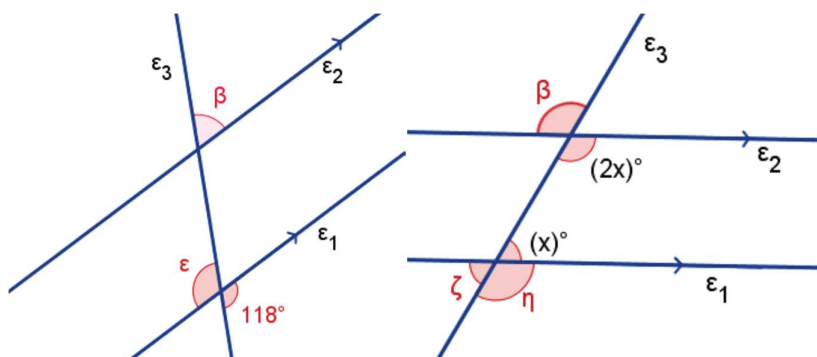
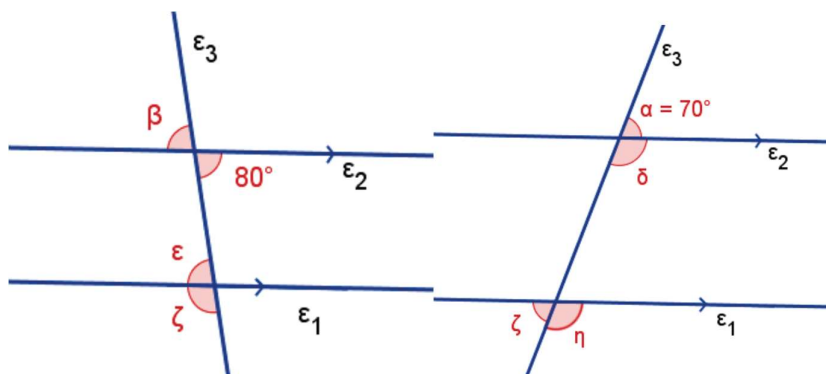


51

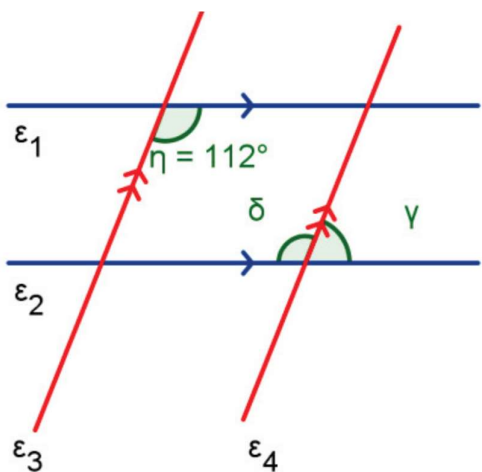
11. Να υπολογιστούν οι γωνίες $\alpha, \beta, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta$ του παρακάτω σχήματος (ε_1 και ε_2 παράλληλες) αν $\gamma = 25$ μοίρες



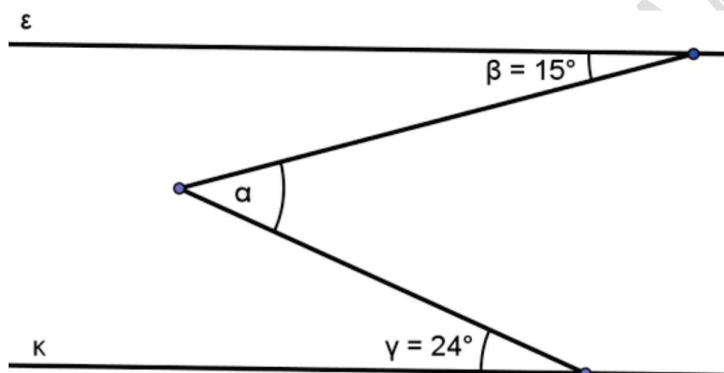
12. Να υπολογιστούν οι σημειωμένες με μικρά γράμματα γωνίες των παρακάτω σχημάτων (ε_1 και ε_2 παράλληλες)



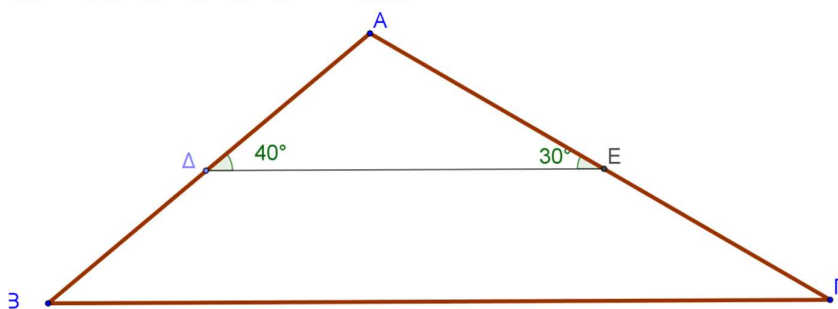
- 13.** Να υπολογιστούν οι γωνίες δ , γ αν $\epsilon_1 // \epsilon_2$ και $\epsilon_3 // \epsilon_4$



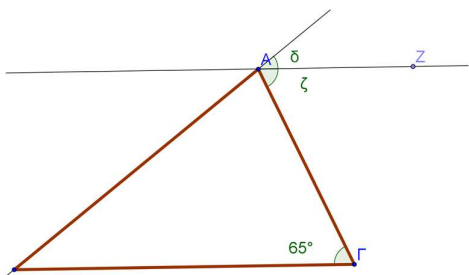
14. Να υπολογιστεί η γωνία α αν $\varepsilon // \kappa$



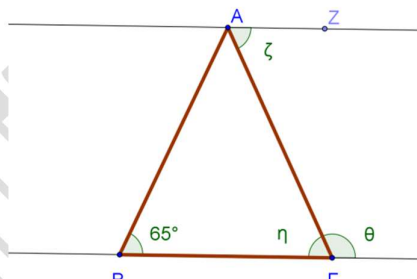
15. Να υπολογιστεί η γωνία Β Κ και η Γ αν $\Delta E // B\Gamma$



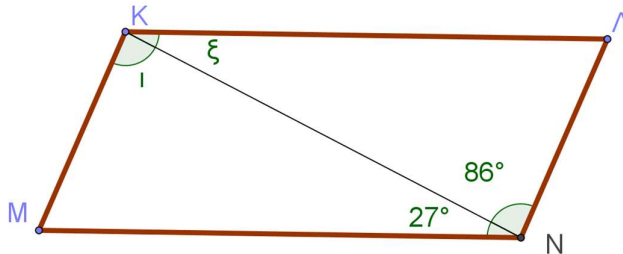
- 16.** Αν $AZ \parallel B\Gamma$ να υπολογίσετε τις γωνίες δ, ζ



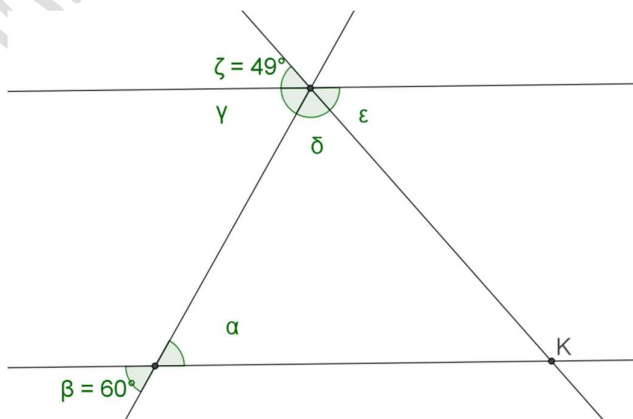
- 17.** Αν $AZ \parallel B\Gamma$, $AB = A\Gamma$ να υπολογίσετε τις η, θ, ζ



- 18.** Αν $K\Lambda \parallel MN$ και $KM \parallel \Lambda N$
να υπολογίσετε τις γωνίες
 ι, ξ, M, Λ



- 19.** Αν $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$ να υπολογίσετε τις
 $\alpha, \gamma, \delta, \epsilon$ γωνίες



ΚΕΦΑΛΑΙΟ Β .3

ΤΡΙΓΩΝΑ – ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ ΤΡΑΠΕΖΙΑ

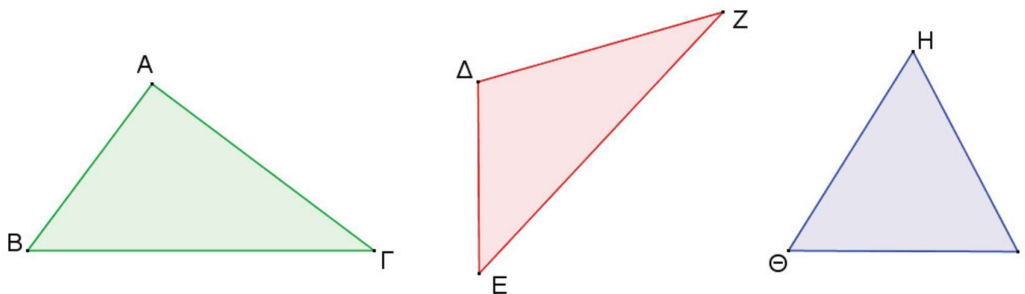
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

•

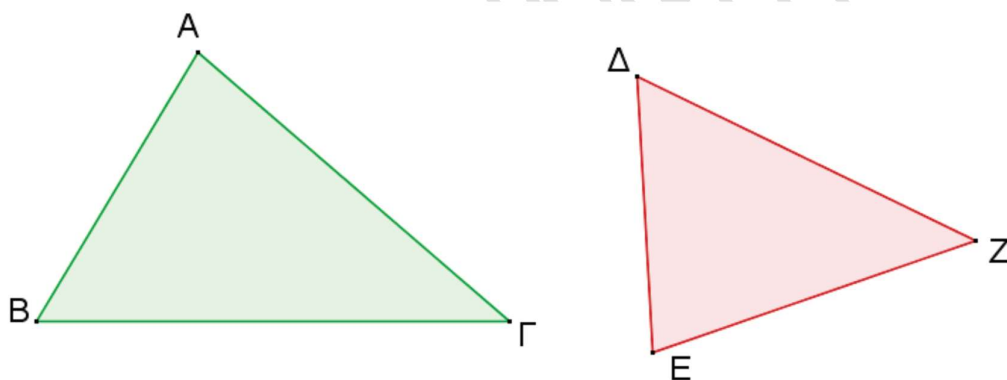
55

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

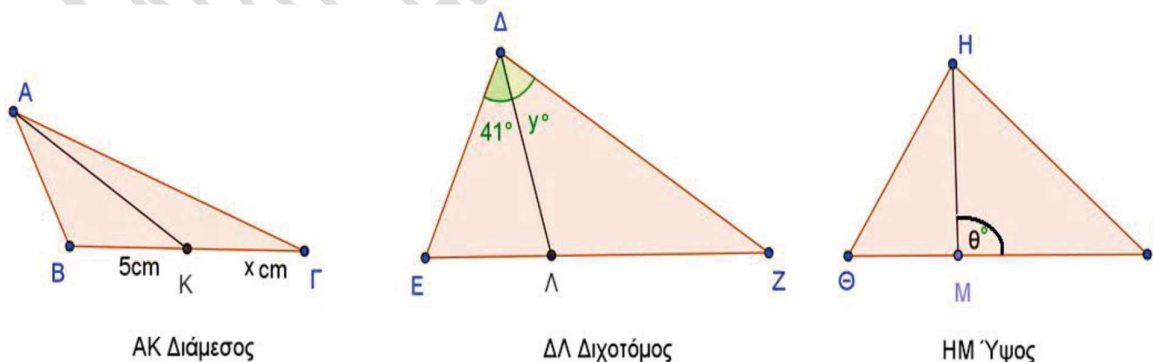
1. Με τη χρήση του γνώμονα ή του μοιρογνωμονίου, να χαρακτηρίσετε το είδος κάθε τριγώνου ως προς τις γωνίες του. ΚΑΙ να κατασκευάσετε τα ύψη του



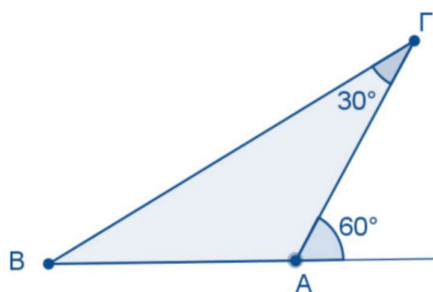
2. Να σχεδιάσετε τις διχοτόμους των πιο κάτω τριγώνων.



3. Να υπολογίσετε τα x , y , θ



4. Να υπολογίσετε τις γωνίες του και να προσδιορίσετε το είδος του τις γωνίες του και ως προς τις πλευρές



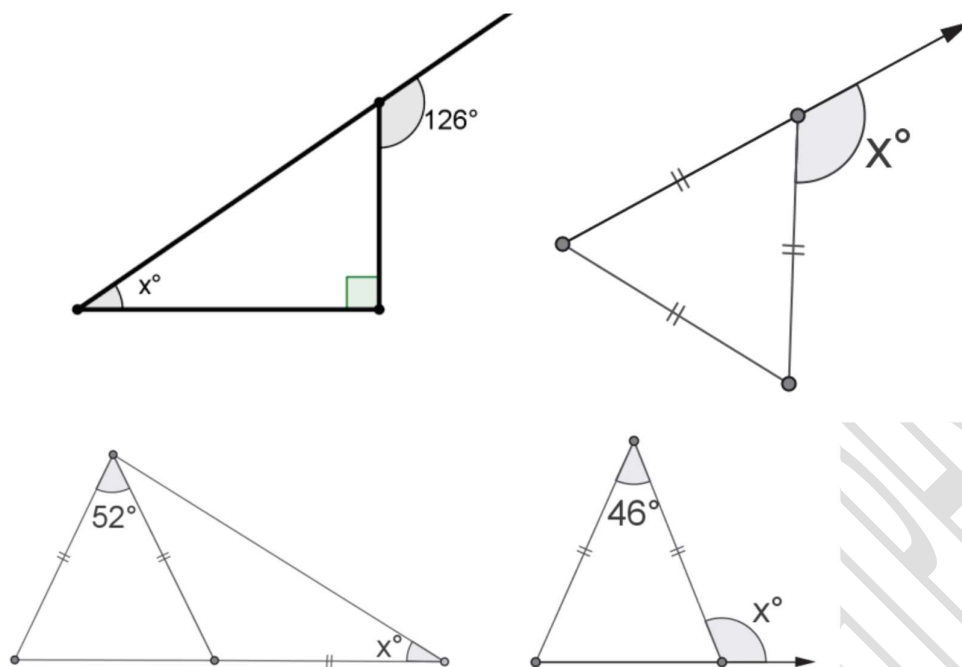
τριγώνου ABΓ
τριγώνου ως προς
του.

5. Να υπολογίσετε την άγνωστη γωνιά τριγώνου και ακολουθώντας να τον πίνακα, βάζοντας χ στο ορθό.

του κάθε
συμπληρώσετε

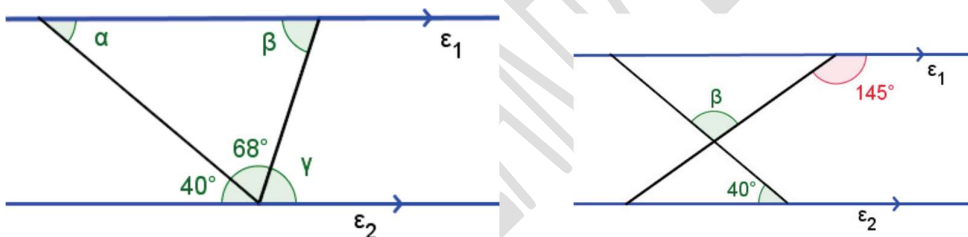
	ΤΡΙΓΩΝΟ	Ονομασία ως προς γωνίες	Ονομασία ως προς πλευρές
(α)		☐ Οξυγώνιο ☐ Αμβλυγώνιο ☐ Ορθογώνιο	☐ Σκαληνό ☐ Ισοσκελές ☐ Ισόπλευρο
(β)		☐ Οξυγώνιο ☐ Αμβλυγώνιο ☐ Ορθογώνιο	☐ Σκαληνό ☐ Ισοσκελές ☐ Ισόπλευρο
(γ)		☐ Οξυγώνιο ☐ Αμβλυγώνιο ☐ Ορθογώνιο	☐ Σκαληνό ☐ Ισοσκελές ☐ Ισόπλευρο

6. Στα παρακάτω σχήματα να υπολογίσετε τα χ, γ

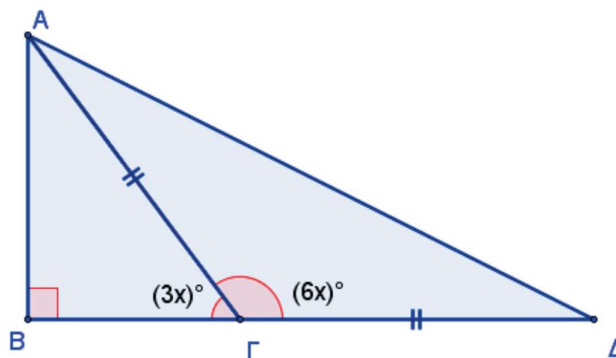


7. Να υπολογιστούν οι σημειωμένες με μικρά γράμματα γωνίες των παρακάτω σχημάτων (ϵ_1 και ϵ_2 παράλληλες)

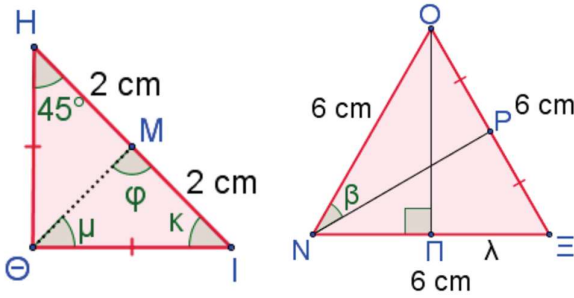
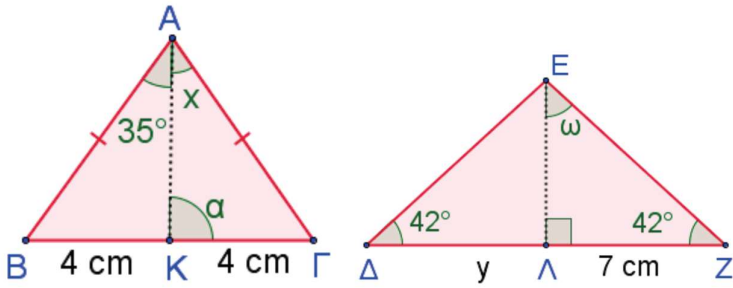
58



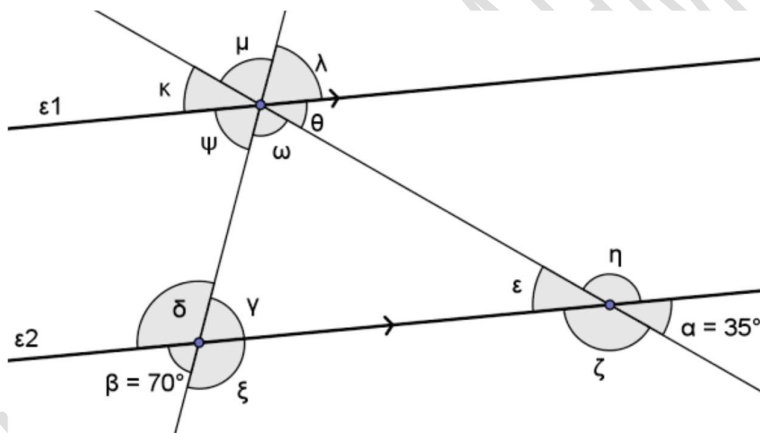
8. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και το $A\Gamma\Delta$ ισοσκελές.
 (α) Να υπολογίσετε την τιμή του χ
 (β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.
 (γ) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $A\Gamma\Delta$



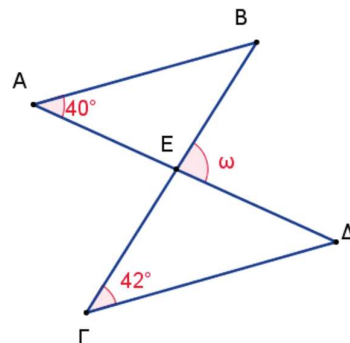
9. Να υπολογίσετε τα ζητούμενα με μικρά γράμματα στα παρακάτω τρίγωνα



10. Να υπολογίσετε τα ζητούμενα με μικρά γράμματα



11. Αν $AB \parallel \Gamma\Delta$ να υπολογίσετε την ω



12. Σ'ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ η γωνία $\hat{A}$ είναι 75° και η γωνία $\hat{B}$ είναι διπλάσια από τη $\hat{\Gamma}$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου.

13. Σ'ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ η $\hat{B} = 80^\circ$ και η γωνία $\hat{A}$ είναι τα $\frac{2}{3}$ της $\hat{\Gamma}$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου.

14. Ενός τριγώνου $AB\Gamma$ οι γωνίες $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{\Gamma}$ έχουν μέτρα ανάλογα με τους αριθμούς 2,3,4. αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου.

15. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ ή $\hat{A} = \frac{1}{2} \hat{B}$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου.

16. Σ' ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ η $\hat{A}$ είναι ίση με το $\frac{1}{3}$ της $\hat{B}$, ενώ η $\hat{B} = \frac{1}{2} \hat{\Gamma}$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου.

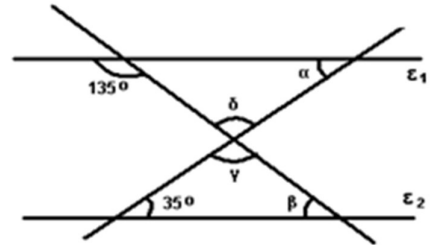
17. Σε ισοσκελές τρίγωνο η γωνία που είναι απέναντι από τη βάση είναι 15° μεγαλύτερη καθεμιάς από τις ίσες γωνίες. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου.

18. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες.

Να υπολογίσετε:

A. Τις γωνίες α και β

B. Τις γωνίες γ και δ .



19. Στο σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες ($\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$).

), η BD είναι διχοτόμος της

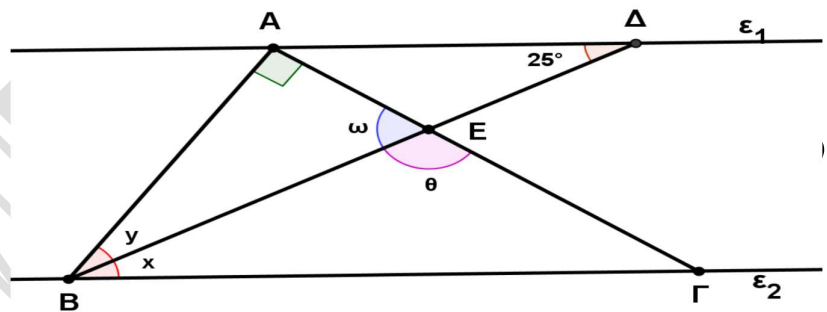
γωνίας $AB\Gamma$, η γωνία $BA\Gamma$ είναι

ορθή και η γωνία $\hat{ADB} = 25^\circ$.

A. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{x}$ και $\hat{y}$.

B. Να υπολογίσετε τις γωνίες ω και θ

Γ. Τι τρίγωνο είναι το $AB\Delta$ ως προς τις γωνίες του και ως προς τις πλευρές του;



0