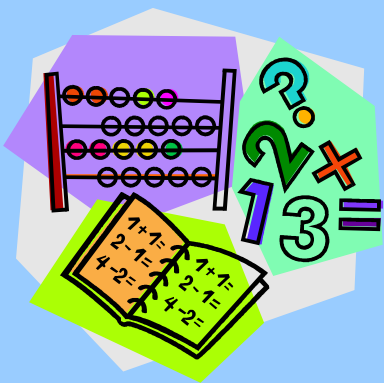
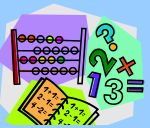




Κεφάλαιο 1^ο. Εξισώσεις-Ανισώσεις.

Μέρος Α. - Θεωρία.

1. Τι λέμε αλγεβρική και τι αριθμητική παράσταση;
2. Τι λέμε αναγωγή ομοίων όρων;
3. Τι λέμε εξίσωση α' βαθμού;
4. Τι λέμε πρώτο και τι δεύτερο μέλος εξίσωσης;
5. Τι λέμε λύση μιας εξίσωσης;
6. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη;
7. Μπορεί μια εξίσωση να είναι ταυτόχρονα αόριστη και αδύνατη;
8. Πως λύνουμε προβλήματα με τη βοήθεια εξισώσεων; (σελ 27 πάνω)
9. Ποια είναι η διαφορά μεταξύ ανισότητας και ανίσωσης; (Γράψτε από ένα παράδειγμα).
10. Να αναφέρετε τις ιδιότητες των ανισοτήτων στις οποίες στηριζόμαστε προκειμένου να λύσουμε μια ανίσωση.
11. Τι είναι η συναλήθευση ανισώσεων;
12. Πότε αλλάζει φορά μια ανισότητα;

**Μέρος Β. - Ασκήσεις.**

1. Αν $A = \frac{2 - 2^{-1}}{4 - 4^{-1}}$ και $B = (2006^\circ)^{2006} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$. Να δικαιολογήσετε γιατί οι αριθμοί A και B είναι αντίστροφοι.

2. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \frac{(-10)^4}{5^4} - \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 4^3$$

$$B = -\left[(-3)^2\right]^8 : \left(-\frac{1}{3}\right)^{-14}$$

$$\Gamma = \left[-(2-3) + (-2)^3\right] - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-3) \cdot (+2) \cdot (-1) \cdot (-5)$$

Α. Να υπολογίσετε την τιμή των A και B χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων,

Β. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης Γ .

Γ. Με τις παραπάνω τιμές των A , B και Γ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A \cdot \left(\frac{1}{\Gamma}\right)^{-1} \cdot B$$

3. α) Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)^{-2} + 5 \cdot (-7) - (3^{10})^0$$

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$B = 2 \cdot (\sqrt{9} - \sqrt{4}) + (\sqrt{5})^2 - 2 \cdot (\sqrt{16} - \sqrt{1})$$

γ) Αν $A=0$ και $B=1$, να εξετάσετε αν η τιμή $x=(A+B)^{13}$ είναι ρίζα της εξίσωσης:

$$\frac{x-1}{2} + \frac{3 \cdot (x-2)}{6} = -\frac{x}{2}$$

4. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $4x+3x+5 = x-2x-7$

β) $5x+2 = 3+4x$

γ) $3x+5x-1 = 7-2x-5x$

δ) $8x-2 = 5x+10$

ε) $x-3x-5x = 6x-3+7x$

στ) $-2x-4x+7 = -7x+5$

5. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $2(x-5)-3(2x+7)=2(3x-8)$

β) $3(6x-3)+4(x+2)=-2(x-3)+9(3x-1)$

γ) $3(4x-1)+4=7(3x-6)-(x-9)$

δ) $7(x-2)+3(x-1)=4(4x-1)+3(2x-1)$



6. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $3+2x=4(2+3x)$ β) $2x-5=\frac{4x-3}{5}$ γ) $x-\frac{2x-1}{3}=\frac{3(x+1)}{4}$

7. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $\frac{7(x-3)}{4}-\frac{3(2-x)}{5}=x+\frac{5(x-1)}{6}-2$ β) $x-\frac{5x-12}{4}=3-\frac{x}{4}$
 γ) $\frac{(x+4)}{3}-\frac{3x-1}{15}=\frac{x-4}{5}+2$ δ) $\frac{x+3}{2}-\frac{x}{6}=\frac{x-3}{3}+\frac{5}{4}$
 ε) $\frac{3(2x-7)}{5}-\frac{2(x-8)}{3}=\frac{18x+17}{15}$ στ) $\frac{x-10}{5}-\frac{40-x}{4}=25-\frac{3x-80}{10}$

8. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $\frac{x-1}{2}+\frac{x-2}{3}=3+\frac{x-5}{6}$ β) $\frac{x-1}{6}-\frac{x+2}{3}=2x+\frac{5-x}{2}-\frac{2x+4}{2}$
 γ) $\frac{x-6}{5}-\frac{2x+3}{3}=3x+\frac{5x-1}{10}$ δ) $\frac{5x}{4}+\frac{2-x}{3}=2-\frac{2x-1}{12}$
 ε) $\frac{x-6}{3}+\frac{x-7}{2}=\frac{3x-2}{2}+5$ στ) $\frac{4-x}{3}+3x=3-\frac{1-x}{4}+2$

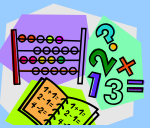
9. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς

α) 2006 β) $\frac{23}{37}$ γ) -666 δ) $-\frac{31}{12}$

είναι λύση της εξίσωσης: $\frac{2-x}{3}-3=\frac{x}{6}+\frac{2x+1}{4}$

10. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $2x-\frac{5x-2}{2}+\frac{6x-2}{5}=\frac{3x-4}{2}+1$
 ii) $\frac{2x-1}{5}-\frac{4x-3}{3}+\frac{x-1}{2}-1=\frac{3x}{2}-\frac{x+3}{6}-\frac{x}{2}-2$
 iii) $\frac{\frac{\omega}{2}-4}{\frac{5}{2}}+\frac{4(2\omega+3)}{21}=\frac{\omega-2}{4}$
 iv) $\frac{\frac{3x}{2}+3}{7}+\frac{\frac{x}{2}-1}{5}+\frac{5x-10}{35}=2x-3$



11. Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα:

α) $3(x-9) < 2x - (3+2x)$

β) $5x-6 \geq -2(x-5)+17x$

12. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των εξισώσεων:

α) $-x > 3$ και $x+5 > -5$

β) $\frac{1}{2}x > -1$ και $5x \leq 3x$

13. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{2} < \frac{x+18}{6}$

β) $3x + \frac{x-6}{3} < -2 + \frac{5x}{3}$

γ) $\frac{4(x-5)}{5} - 1 < \frac{7x}{10} - \frac{18}{5}$

14. Να λυθούν οι ανισώσεις:

α) $\frac{3(x-1)}{2} + \frac{7(x-2)}{3} > 5$

β) $\frac{3}{4}x + \frac{7}{2} < \frac{4}{3}x - 5$

γ) $6(x+3) + \frac{7}{3}x < \frac{5}{2} - 2x$

δ) $\frac{4(x-2)}{5} < \frac{5(x-1)}{3}$

15. Να βρεθεί που συναληθεύουν οι παρακάτω ανισώσεις:

α) $2x+7 > 5(x-3)$ $\frac{3(x-2)}{4} > x-5$

β) $4(x-2) > x - \frac{5}{3}$ $3(2x-5) - 4x < -\frac{2}{3}x$

γ) $-5(x+3) - \frac{4}{7}(x-1) < x-5$ $-6-2 > x-3$

16. Το πλήθος των αλόγων ενός γεωργού είναι ο αριθμός που επαληθεύει και τις δύο

ανισώσεις: $5x + \frac{1}{3} < 64$ και $\frac{x+8}{3} - \frac{2x-3}{4} < \frac{3}{2}$. Πόσα αλόγα έχει ο γεωργός;

17. Να βρεθούν οι ακέραιες θετικές τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι ανισώσεις

$\frac{7x+3}{4} < \frac{3x+5}{2}$ και $\frac{2x+3}{2} - \frac{x+2}{3} > \frac{x-10}{6}$.

18. Ένας πατέρας είναι σήμερα 50 ετών και έχει μια κόρη 28 ετών. Μετά από πόσα χρόνια θα είναι διπλάσια από την ηλικία της κόρης;

19. Κάποιος ρωτήθηκε για την ηλικία του και απάντησε ως εξής: Αν στην ηλικία μου προσθέσεις 3 χρόνια και διαιρέσεις το άθροισμα με το 2 στη συνέχεια προσθέσεις στο ηλίκο την ηλικία μου και διαιρέσεις το νέο άθροισμα με το 2 θα βρεθεί το αποτέλεσμα 15. Πόσων χρονών είναι αυτός που ρωτήθηκε;



20. Να βρεθούν οι γωνίες ενός τριγώνου ΑΒΓ αν η γωνία Β ισούται με το $\frac{1}{2}$ της γωνίας Α και η Γ ισούται με τα $\frac{3}{8}$ της γωνίας Α.

21. Να βρείτε το μέτρο μιας γωνίας φ αν είναι γνωστό ότι τα $\frac{2}{3}$ του μέτρου της συμπληρωματικής της και τα $\frac{3}{5}$ του μέτρου της παραπληρωματικής της έχουν άθροισμα 73° .

22. Η αστυνομία μια πόλης έχει 1650 άνδρες. Οι υπαξιωματικοί είναι τετραπλάσιοι των αξιωματικών και οι αστυφύλακες πενταπλάσιοι των υπαξιωματικών. Να βρείτε πόσοι είναι οι αξιωματικοί, οι υπαξιωματικοί και οι αστυφύλακες.

23. Μια εφημερίδα πούλησε την Κυριακή 6987 φύλλα λιγότερα από το τριπλάσιο των όσων πούλησε το Σάββατο. Αν στις δύο αυτές μέρες πούλησε μαζί 70.105 φύλλα, να βρεθεί η κατανάλωση σε καθεμιά από αυτές τις ημέρες.

24. α) Δείξτε ότι οι τιμές των παραστάσεων
 $\alpha = (-2)(-7+3) - (+8):(-6+4)$ και

$$\beta = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot (-2)^3 - (-5+8)^2$$

είναι $\alpha=12$ και $\beta=15$.

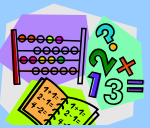
β) Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων δείξτε ότι η τιμή της παράστασης:

$$\gamma = \frac{2^{45} \cdot 2^{56} \cdot 2}{(2^{11})^9} + 2^0 \text{ είναι } \gamma = 9.$$

γ) Αποδείξτε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ με $AB=\gamma$, $ΒΓ=\alpha$, $ΑΓ=\beta$ είναι ορθογώνιο όπου α , β , γ οι τιμές των προηγούμενων ερωτημάτων.

25. Να προσδιορίσετε τον αριθμό κ αν το -1 είναι λύση της εξίσωσης:

$$\frac{2\chi - 3\kappa}{3} - \kappa\chi = \frac{1-\chi}{2} + \frac{\kappa}{6}.$$



26. Αν τα χ , ψ , ω είναι οι λύσεις των παρακάτω εξισώσεων, να εξετάσετε αν μπορούν να αποτελούν μήκη πλευρών ορθογωνίου τριγώνου.

$$-2(\chi - 4) + 5\chi - (3 - 4\chi) = 3(2\chi - 1) + 4(\chi - 1)$$

$$\frac{\psi - 2}{4} + \frac{2\psi - 1}{3} = \frac{\psi - 4}{12} + 2$$

$$\frac{1}{3}(2 - 3\omega) + \frac{\omega - 1}{5} + \omega = 3 - \frac{5\omega - 2}{15}$$

27. Να βρεθούν οι κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων:

$$\frac{\chi - 2}{4} + \chi \geq \frac{1}{2}\chi - \frac{2(1 - \chi)}{3} \quad \text{και}$$

$$-3(2\chi - 1) + \frac{1}{2}(2 - \chi) > -9$$

28. Ένας φυσικός αριθμός βρίσκεται μεταξύ του 58 και του 70 και όταν διαιρεθεί με το 12 αφήνει υπόλοιπο 7. Να βρείτε τον αριθμό αυτό.

29. Τρεις φίλοι ο Γιώργος, ο Νίκος και ο Βασίλης έχουν συνολικά 23 ευρώ. Αν ο Γιώργος έχει 5 ευρώ περισσότερα από τον Νίκο και ο Βασίλης 3 ευρώ λιγότερα από τον Νίκο, πόσα ευρώ έχει ο καθένας από αυτούς;

30. Για ποια τιμή του κ και λ η παρακάτω εξίσωση $(\kappa - 3)\chi + \lambda + 1 = 2\lambda + 3$ είναι:

α) αόριστη β) αδύνατη γ) έχει μια λύση;

31. Να βρείτε τρεις διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς ώστε:

α) Το άθροισμα τους να είναι 24

β) Το πενταπλάσιο του μεσαίου να είναι κατά 12 μεγαλύτερο από το άθροισμα των άλλων δύο.

γ) Το τριπλάσιο του μικρότερου να είναι ίσο με το άθροισμα των δύο άλλων μειωμένο κατά 2.

32. Να βρείτε το διάστημα που συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$$-2(\chi + 3) \leq -4(\chi - 1) \quad \text{και} \quad 5(2 - \chi) < 2(\chi - 1) + 5.$$

33. Να βρείτε τις ηλικίες τριών αδελφών αν ο πρώτος είναι μεγαλύτερος του δεύτερου κατά τρία (3) έτη, ο δεύτερος είναι μεγαλύτερος του τρίτου κατά τέσσερα (4) έτη και το άθροισμα των ηλικιών τους είναι 59 έτη.



34. Σε ένα τμήμα της Β' Γυμνασίου, οι μαθητές είναι τριπλάσιοι από τις μαθήτριες. Μια μέρα που απουσίασαν τέσσερις μαθητές και τέσσερις μαθήτριες οι μαθητές ήταν επταπλάσιοι από τις μαθήτριες. Πόσους μαθητές και πόσες μαθήτριες έχει το τμήμα;

35. Να λυθούν οι ανισώσεις:

α) $\frac{3\omega - 12}{5} - \frac{5\omega - 1}{10} < \frac{\omega + 5}{3}$

β) $\frac{\psi - 3}{2} > \frac{\psi - 4}{3} + \frac{\psi - 5}{4} + 1$

γ) $\frac{\omega}{3} - \frac{\omega - 3}{12} > \frac{2\omega - 3}{6}$

δ) $\frac{\chi - 3}{2} - \frac{1 - \chi}{18} + \frac{2\chi - 6}{3} < \frac{3\chi - 2}{9} - \frac{5}{2}$

36. Να λύσετε τις εξισώσεις.

A) $-2(-6\alpha + 2) = 6(2\alpha + 6) - 24$

B) $\frac{1}{6}(3\chi - 6) - (\chi - 3) = 1 - (\chi - 2)$

Γ) $\frac{1}{2}\chi - \frac{1}{3}(\chi + 2) = \frac{1}{6}\chi - \frac{2}{3}$

Δ) $\frac{\psi + 4}{6} - 2\frac{\psi + 1}{3} = \psi - 15$

37. A) Να προσδιορίσετε τον αριθμό κ ώστε η εξίσωση να είναι αδύνατη $(4 - \kappa)\chi = -8$

B) Να προσδιορίσετε τον αριθμό μ ώστε η εξίσωση να είναι αόριστη

$$1\chi - \frac{2}{3}(\chi - \mu) = \frac{2}{6}\chi - \frac{4}{3}$$

38. Να λύσετε τις ανισώσεις.

A) $\frac{\chi + 2}{3} - \frac{\chi - 2}{2} > \frac{\chi}{6}$

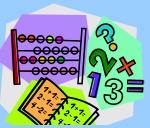
B) $\frac{\chi + \frac{1}{2}}{6} + \frac{\chi - 5}{12} + \frac{\chi + \frac{2}{3}}{4} - \frac{1}{6} > 0$

39. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων.

$$6(\chi + 1) > \chi + 11$$

$$5\chi - 4 > \chi + 12$$

$$3(\chi - 5) < 2 - (5 - \chi)$$



40. Να λυθούν τις εξισώσεις:

i. $\frac{x+2}{3} + 5 = \frac{3x-1}{2} + \frac{8}{3}$

ii. $5 - \frac{x-1}{2} = \frac{4-2x}{4} + \frac{9}{2}$

iii. $3x - \frac{x-1}{3} + \frac{2x-1}{2} - 1 = \frac{3(x-1)}{2} + \frac{x-1}{6}$

iv. $\frac{3x+1}{2} - x = \frac{6x-4}{7}$

41. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

i. $4(x+4) + x + 1 > 2(4x+5) \dots \text{και} \dots$

$-6(x-11) \leq 4(x-2) - 3(x+1),$

ii. $\frac{x+4}{6} + 2 > \frac{x-2}{4} + \frac{x-2}{6} \text{ και}$

$x - \frac{x-3}{2} \leq \frac{x}{2} - \frac{x-4}{4}$

iii. $\frac{x+5}{4} - \frac{x}{3} \geq \frac{x-3}{6} \text{ και}$

$\frac{7-3x}{12} + \frac{3}{4} - 2x < \frac{5(5-2x)}{6} - 4$

iv. $\frac{4x-9}{5} - \frac{x-9}{6} > \frac{2x+6}{3} - \frac{2x-15}{9} \text{ και}$

$\frac{4-2x}{5} - \frac{x}{6} > \frac{3}{4}(2-x) - 1$

42. Να υπολογιστεί:

$$A = \left(\left(\left(-\frac{3}{6} \right)^{-2} \right)^3 : \left(\left(-\frac{5}{10} \right)^{-4} \right)^2 \right)$$

43. Α. Να λύσετε τις εξισώσεις: $-4 - [2 - (x-5)] = 0$ και $6 + [y - (3-2)] = -5$

Β. Για τα x και y που βρήκατε να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = (x+y)2012 + (-x-y)2013$$

Γ. Για $A = -1$ Να λύσετε την εξίσωση: $3 - \frac{5-\omega}{A-9} = 9 - \frac{3(\omega-1)}{A-11}$