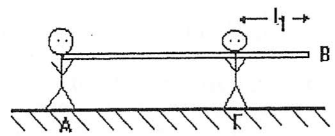
ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

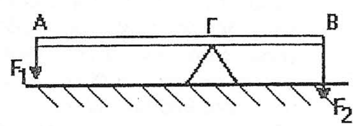
99. Ομογενής δοκός ΑΓ, μήκους $\ell = 3m$, έχει βάρος w. Στο άκρο Α της δοκού κρέμεται σώμα βάρους $w_1 = 25N$. Η δοκός στηρίζεται στο σημείο Δ που απέχει από το άκρο της Α απόσταση $\ell_1 = 0{,}9m$ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:
α. το βάρος της ράβδου.
β. τη δύναμη που ασκείται στη δοκό στο σημείο στήριξης.

100. Δύο εργάτες Α και Γ κρατούν μια ομογενή δοκό μήκους $\ell = 4m$ και βάρους $w = 600N$. Ο Α κρατά τη δοκό στο ένα άκρο της, και ο Γ σε σημείο της που απέχει από το άλλο άκρο της δοκού απόσταση $\ell_1 = 1m$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχονται οι εργάτες από τη δοκό.

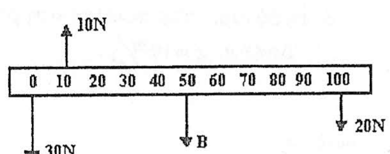


101. Ομογενής ράβδος ΑΒ με μήκος $\ell = 4m$ και βάρος $w = 350N$ στηρίζεται στα άκρα της Α και Β με δύο στύλους. Σ΄ ένα σημείο Γ της ράβδου, που απέχει από το Α απόσταση $\ell_1 = 1m$, κρέμεται μέσω αβαρούς νήματος σώμα Σ₁ βάρους $w_1 = 100N$. Το σύστημα ισορροπεί και η ράβδος είναι οριζόντια. Να υπολογίσετε:
α. τη δύναμη που ασκεί η ράβδος σε κάθε στύλο.
β. το βάρος w_2 σώματος Σ_2 που πρέπει να αντικαταστήσει το σώμα Σ_1, ώστε η δύναμη που δέχεται ο στύλος στο σημείο Α να είναι διπλάσια απ' αυτήν που δέχεται ο στύλος στο σημείο Β.

102. Στα άκρα ράβδου ΑΒ, μήκους $\ell = 5m$ και αμελητέου βάρους, ασκούνται δύο δυνάμεις, των οποίων τα μέτρα είναι $F_1 = 40N$ και $F_2 = 10N$, ενώ οι διευθύνσεις κάθετες στη ράβδο και φορά προς τα κάτω, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:
α. τη θέση στην οποία πρέπει να τοποθετήσουμε ένα υποστήριγμα, ώστε η ράβδος να ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση και
β. τη δύναμη που θα δέχεται το υποστήριγμα από τη ράβδο στην περίπτωση αυτή.



103. Οριζόντιος ομογενής κανόνας μήκους $\ell = 1m$ και βάρους $w = 20N$ ισορροπεί υπό την επίδραση των δυνάμεων που φαίνονται στο σχήμα



και μιας ακόμα $\vec{F}$, η οποία δεν έχει σχεδιαστεί. Οι διευθύνσεις των δυνάμεων είναι κατακόρυφες και κάθετες στον κανόνα, που με την επίδρασή τους ισορροπεί οριζόντια. Να προσδιορίσετε:
α. το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, την κατεύθυνσή της, και
β. το σημείο εφορμογής της.

104. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με βάρη $w_1 = 30N$ και $w_2 = 50N$, αντίστοιχα, κρέμονται μέσω αβαρών νημάτων από τα σημεία Α και Β ράβδου ΑΒ, μήκους $\ell = 4m$ και βάρους $w = 20N$. Να υπολογίσετε:
α. τη θέση του σημείου Γ στο οποίο πρέπει να στηρίξουμε τη ράβδο, ώστε να ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση και
β. τη δύναμη που ασκεί στο υποστήριγμα στην περίπτωση αυτή.

105. Ομογενής ράβδος ΑΒ έχει μήκος $\ell = 1m$ και βάρος $w = 10N$. Στο άκρο Α της ράβδου είναι κρεμασμένο μέσω αβαρούς νήματος σώμα Σ_1. Η ράβδος στηρίζεται σε σημείο της Γ, το οποίο απέχει από το άκρο της Α απόσταση $x_A = 0{,}2m$. Να υπολογίσετε:
α. το βάρος w_1 του σώματος Σ_1, ώστε η ράβδος να ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση και
β. πόσο πρέπει να μετακινήσουμε το στήριγμα, όταν κρεμάσουμε στο άκρο της Β σώμα Σ_2 βάρους $w_2 = 7N$, ώστε η ράβδος να συνεχίσει να ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση.

106. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με βάρη w_1 και w_2, αντίστοιχα, κρέμονται μέσω αβαρών νημάτων από τα σημεία Α και Β αβαρούς ράβδου ΑΒ, μήκους ℓ. Η ράβδος στηρίζεται στο σημείο Γ και ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση. Οι αποστάσεις ℓ_1 και ℓ_2 του σημείου Γ από τα άκρα Α και Β, αντίστοιχα, της ράβδου ικανοποιούν τη σχέση $\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{3}{2}$. Η δύναμη που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα στο σημείο Γ έχει μέτρο $F_\Gamma = 250N$. Να υπολογίσετε:
α. τα βάρη των σωμάτων Σ_1 και Σ_2.
β. τις αποστάσεις ℓ_1 και ℓ_2, αν η ροπή του βάρους w_1 ως προς τα άκρο Β της ράβδου είναι $\tau_{w_1(B)} = 200N \cdot m$.

107. Ομογενής ράβδος ΑΒ έχει μήκος ℓ και βάρος $w = 100N$. Στα άκρα Α και Β της ράβδου κρέμονται σώματα Σ_1 και Σ_2 με βάρη w_1 και w_2, αντίστοιχα. Η ράβδος στηρίζεται στο σημείο Γ και ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση. Οι αποστάσεις ℓ_1 και ℓ_2 του σημείου Γ, αντίστοιχα, από τα άκρα Α και Β της ράβδου ικανοποιούν τη σχέση $\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{1}{2}$. Η δύναμη που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα στο σημείο Γ έχει μέτρο $F_\Gamma = 300N$. Να υπολογίσετε:
α. τα βάρη των σωμάτων Σ_1 και Σ_2.

β. το μήκος ℓ της ράβδου, αν είναι γνωστό ότι η ροπή του βάρους του σώματος Σ_1 ως προς το σημείο Γ είναι $\tau_{w_1(\Gamma)} = 300N \cdot m$.

108. Ανυψωτικό μηχάνημα (κλαρκ) έχει μάζα $M = 1000kg$. Οι τροχοί εφάπτονται σε σημεία του οριζοντίου επιπέδου που απέχουν μεταξύ τους κατά $d = 2m$, ενώ το κέντρο μάζας του οχήματος βρίσκεται ανάμεσα στους δύο τροχούς και σε σημείο που απέχει οριζόντια απόσταση $d_1 = 0,5m$ από τους μπροστινούς τροχούς. Στις "δαγκάνες" του είναι φορτωμένο κιβώτιο μάζας $m = 500kg$, του οποίου το κέντρο μάζας απέχει από το σημείο επαφής των μπροστινών τροχών με το έδαφος, οριζόντια απόσταση $d_3 = 0,5m$. Το κλαρκ ανυψώνει το κιβώτιο με επιτάχυνση $\alpha = 4 m/s^2$, ενώ το ίδιο ισορροπεί πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκούν στο έδαφος, κατά τη διάρκεια της ανύψωσης:

α. οι μπροστινοί και

β. οι πίσω τροχοί.

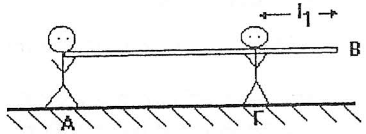
Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

109. Ομογενής σανίδα ΑΒ βάρους $w = 1000N$ και μήκους $\ell = 8m$, στηρίζεται στα σημεία Γ και Δ, που απέχουν από το άκρο της Α αποστάσεις $\ell_1 = 1m$ και $\ell_2 = 5m$, αντίστοιχα. Ένας άνθρωπος βάρους $w_1 = 1000N$ στέκεται στο άκρο της Α. Η σανίδα ισορροπεί με τη διεύθυνσή της οριζόντια. Να υπολογίσετε:

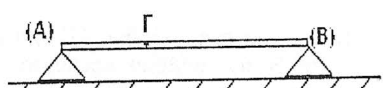
α. τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτή από τα στηρίγματα, και

β. να προσδιορίσετε τη θέση που πρέπει να σταθεί ο άνθρωπος πάνω στη σανίδα, ώστε οι δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα να είναι ίσες κατά μέτρο.

110. Δύο άνδρες Α και Γ σηκώνουν ομογενή δοκό μήκους $\ell = 4m$. Ο Α στηρίζει τη δοκό στο ένα της άκρο. Να προσδιορίσετε το σημείο στο οποίο πρέπει να στηρίξει ο Γ τη δοκό, ώστε η δύναμη που της ασκεί να είναι διπλάσια του Α.



111. Ομογενής δοκός ΑΒ μήκους $\ell = 10m$ στηρίζεται στα άκρα της Α και Β, όπως φαίνεται στο σχήμα και ισορροπεί οριζόντια. Κάθε μέτρο μήκους του δοκαριού έχει βάρος $w^* = 200N$. Σε σημείο Γ της δοκού τοποθετούμε σώμα βάρους $w_1 = 500N$, οπότε η δύναμη που ασκεί το στήριγμα στο σημείο Β έχει μέτρο $F_B = 1200N$. Να υπολογίσετε:

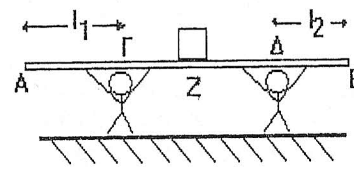


α. την ακριβή θέση του σημείου Γ και

β. το μέτρο της δύναμης που ασκεί το στήριγμα στο σημείο Α.

γ. τη θέση στην οποία πρέπει να τοποθετήσουμε σώμα βάρους $w_2 = 1000N$, ώστε η δύναμη F'_B που ασκεί το υποστήριγμα στο σημείο Β να είναι $F'_B = 1,5F'_A$, όπου F'_A η δύναμη που ασκεί το υποστήριγμα στο σημείο Α.

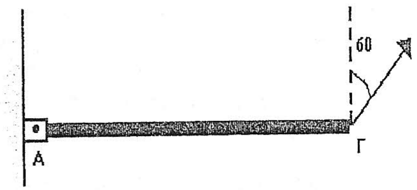
112. Ένας άνδρας και μια γυναίκα στηρίζουν στα σημεία Γ και Δ, αντίστοιχα, μια ομογενή σανίδα ΑΒ, μήκους $\ell = 6m$ και βάρους $w = 20N$. Τα σημεία Γ και Δ απέχουν από τα άκρα της Α και Β, αντίστοιχα, αποστάσεις $\ell_1 = 2m$ και $\ell_2 = 1m$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α. Να προσδιορίσετε το σημείο Ζ της σανίδας στο οποίο πρέπει να τοποθετηθεί σώμα βάρους $w_1 = 70N$, ώστε η σανίδα να ισορροπεί οριζόντια, και ο άνδρας να "σηκώνει διπλάσιο βάρος" από τη γυναίκα και

β. τη δύναμη που ασκούν τότε ο άνδρας και η γυναίκα στη σανίδα.

113. Ομογενής σανίδα ΑΓ έχει βάρος $w = 100N$ και μήκος ℓ. Η σανίδα στηρίζεται στο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο, μέσω άρθρωσης, γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται. Στο άκρο της Γ ασκείται δύναμη της οποίας η διεύθυνση σχηματίζει γωνία $\vartheta = 60^o$ με την κατακόρυφη. Η σανίδα ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση. Να υπολογίσετε:

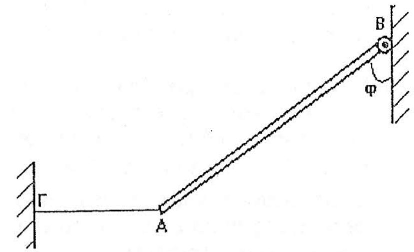


α. το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

β. τη δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

(α. $F = 100N$, β. $F_A = 100N$, $\varphi = 30^o$)

114. Ομογενής ράβδος ΑΒ έχει μάζα $m = 50kg$ και μήκος ℓ. Το άκρο της Β είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση, γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται, ενώ το άλλο τα, άκρο Α το στερεώνουμε μέσω αβαρούς νήματος, σε ακλόνητο σημείο Γ. Η ράβδος ισορροπεί με το νήμα να είναι οριζόντιο, ενώ η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με τον τοίχο είναι φ. Η τάση του νήματος έχει μέτρο $T = 250N$. Να υπολογίσετε:

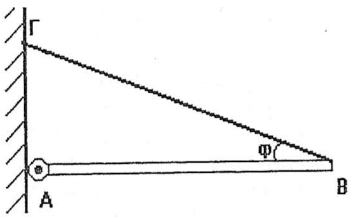


α. τη γωνία φ και

β. τη δύναμη που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

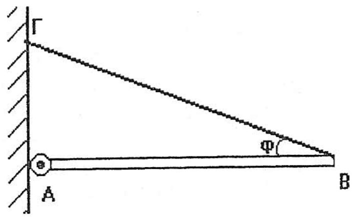
115. Ομογενής δοκός ΑΒ έχει βάρος $w=100N$ και μήκος ℓ. Το άκρο Α της δοκού είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης, γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται. Στο άκρο της Β έχει προσδεθεί αβαρές νήμα, το άλλο άκρο του οποίου έχει στερεωθεί στον τοίχο. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία $\varphi=30^o$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:



α. την τάση του νήματος.

β. τη δύναμη που ασκεί στη δοκό η άρθρωση.

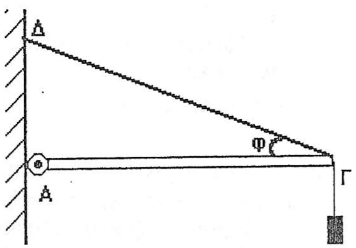
116. Ομογενής δοκός ΑΒ βάρους $w=80N$ και μήκους ℓ ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Το άκρο Α της δοκού είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης, γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται, ενώ το άκρο της Β στηρίζεται με τη βοήθεια νήματος από τον ίδιο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μέτρο της τάσης του νήματος είναι ίσο με $T=80N$. Να υπολογίσετε:



α. την γωνία φ που σχηματίζει το νήμα με τη δοκό.

β. την δύναμη που δέχεται η δοκός από την άρθρωση.

117. Η ράβδος ΑΓ του σχήματος είναι ομογενής, έχει βάρος $w_1=60N$, μήκος ℓ, και στηρίζεται στο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης, γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται. Από το άκρο της Γ κρέμεται μέσω αβαρούς νήματος σώμα μάζας m_2. Το άκρο Γ της ράβδου στηρίζεται στον τοίχο μέσω επίσης αβαρούς νήματος μήκους $\ell_1=5m$. Το σημείο Δ, στο οποίο είναι στερεωμένο το νήμα από τον τοίχο, απέχει από την άρθρωση Α απόσταση $y_1=3m$. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση και το μέτρο της τάσης του νήματος είναι $T=300N$. Να υπολογίσετε:

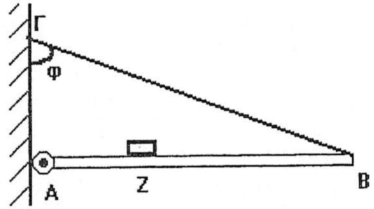


α. τη μάζα m_2 του σώματος που κρέμεται.

β. την δύναμη που ασκείται από την άρθρωση στο άκρο Α της ράβδου.

Δίνεται: $g=10\,{}^{m}/_{s^2}$.

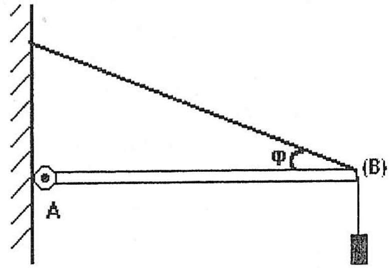
118. Ομογενής ράβδος ΑΒ έχει βάρος $w=80N$ και μήκος $\ell=5m$. Το άκρο Α της ράβδου στηρίζεται σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης, γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται, ενώ το σημείο της Β δένεται με αβαρές νήμα από το σημείο Γ του τοίχου. Μικρό σώμα βάρους $w_1=40N$ είναι τοποθετημένο στο σημείο Ζ της ράβδου, που απέχει από το σημείο Α απόσταση ℓ_1. Το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο σε οριζόντια θέση. Στη θέση ισορροπίας το μέτρο της τάσης του νήματος είναι $T=104N$ και η γωνία που σχηματίζει το νήμα με τον τοίχο $\varphi=60^o$. Να υπολογίσετε:



α. την απόσταση ℓ_1 και

β. τη δύναμη που ασκεί στη ράβδο η άρθρωση.

119. Το άκρο Α ομογενούς ράβδου ΑΒ είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται, ενώ το άλλο της άκρο Β στερεώνεται στον ίδιο τοίχο μέσω αβαρούς νήματος, όπως στο σχήμα. Η μάζα της ράβδου είναι $m=1kg$. Από το άκρο Β της ράβδου κρέμεται μέσω νήματος σώμα Σ_1 μάζας $m_1=0,5kg$. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση και η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με το νήμα είναι $\varphi=30^o$. Να υπολογίσετε:



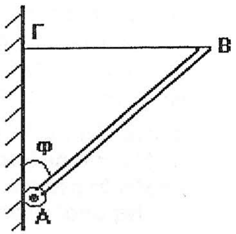
α. την τάση του νήματος.

β. τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

γ. τη μάζα m_2 σώματος Σ_2 που πρέπει να αντικαταστήσει το σώμα Σ_1, ώστε η τάση του νήματος να διπλασιαστεί.

Δίνεται: $g=10\,{}^{m}/_{s^2}$.

120. Η ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος, έχει μάζα $m=5kg$ και μήκος ℓ. Το άκρο της Η ράβδου είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης, γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται, ενώ το άλλο της άκρο Β είναι δεμένο μέσω αβαρούς νήματος από το σημείο Γ του τοίχου. Η ράβδος ισορροπεί, η γωνία που σχηματίζει με τον τοίχο είναι $\varphi=60^o$ και το νήμα έχει οριζόντια διεύθυνση. Να υπολογίσετε:

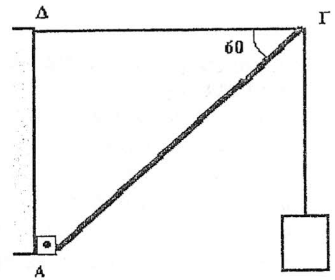


α. την τάση του νήματος και

β. τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

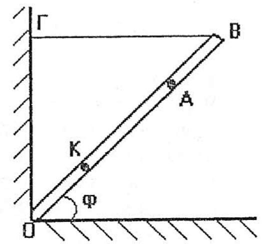
Δίνεται: $g=10\,{}^{m}/_{s^2}$.

121. Ομογενής ράβδος ΑΓ βάρους $w_1 = 40N$ στηρίζεται σε κατακόρυφο τοίχο στο μεν άκρο της Α μέσω άρθρωσης, γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται και στο άκρο της Β μέσω αβαρούς και οριζόντιου νήματος. Από το άκρο της Γ κρέμεται μέσω πάλι αβαρούς νήματος, σώμα Σ βάρους $w_2 = 100N$. Η ράβδος ισορροπεί και η γωνία που σχηματίζει με το νήμα είναι $\varphi = 60^o$. Να υπολογίσετε:



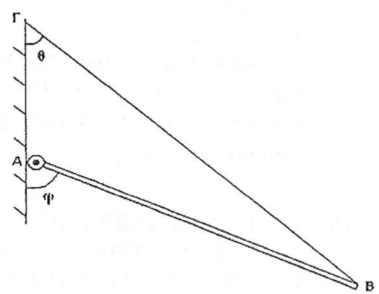
α. την τάση του νήματος και
β. τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

122. Σκάλα μήκους $\ell = 15m$ στηρίζεται με το κάτω άκρο της στη συμβολή τοίχου – πατώματος. Το άκρο της Β έχει στερεωθεί στον τοίχο μέσω αβαρούς νήματος, που είναι οριζόντιας διεύθυνσης. Το βάρος της σκάλας είναι $w = 300N$, το κέντρο μάζας της βρίσκεται στο Κ ώστε $(\text{OK}) = \ell_2 = 6m$. Άνθρωπος βάρους $w_1 = 750N$ βρίσκεται στο σημείο Α της σκάλας, ώστε $(\text{OA}) = \ell_3 = 12m$. Το σύστημα ισορροπεί και στη θέση αυτή η σκάλα σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^o$ με το οριζόντιο δάπεδο. Να υπολογίσετε:



α. την τάση του νήματος και
β. το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη σκάλα στο σημείο Ο.

123. Το άκρο Α ομογενούς ράβδου ΑΒ είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται, ενώ το άλλο της άκρο Β στερεώνεται στον ίδιο τοίχο μέσω αβαρούς νήματος, όπως στο σχήμα. Η μάζα της ράβδου είναι $m = 4kg$ και το μήκος της $\ell = 1m$. Η ράβδος ισορροπεί σε διεύθυνση τέτοια ώστε η γωνία που σχηματίζει με τον τοίχο να είναι $\varphi = 60^o$, ενώ το νήμα σχηματίζει γωνία $\vartheta = 30^o$ με τον τοίχο.

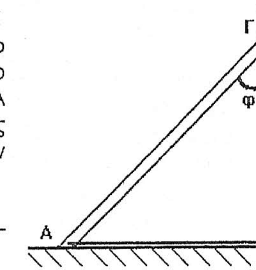


α. Να αποδείξετε ότι οι διευθύνσεις των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο διέρχονται από το ίδιο σημείο.
Να υπολογίσετε:
β. την τάση του νήματος.
γ. τη δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

δ. την απόσταση από το σημείο Α της ράβδου στην οποία πρέπει να κρεμάσουμε, μέσω αβαρούς νήματος, σώμα Σ βάρους $w_1 = 50N$, ώστε η τάση του νήματος να διπλασιαστεί.

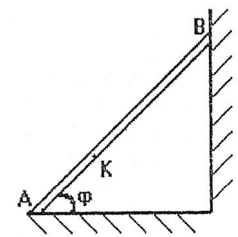
Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

124. Ομογενής δοκός ΑΓ βάρους $w = 60N$ στηρίζεται στο άκρο της Α σε λείο οριζόντιο δάπεδο και στο άκρο της Γ σε λείο κατακόρυφο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο της Α συγκρατείται μέσω αβαρούς οριζόντιου νήματος από τον τοίχο, ώστε η δοκός να σχηματίζει με τον τοίχο γωνία $\varphi = 30^o$. Να υπολογίσετε:



α. την τάση του νήματος.
β. τις δυνάμεις που ασκούνται στα σημεία Α και Γ από το δάπεδο και τον τοίχο, αντίστοιχα.

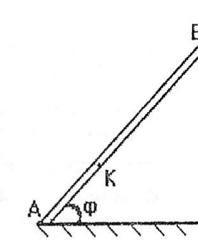
125. Ομογενής δοκός ΑΓ έχει μάζα $m = 30kg$ και μήκος ℓ. Η δοκός στηρίζεται στο άκρο της Α σε λείο οριζόντιο δάπεδο και στο άκρο της Γ σε λείο κατακόρυφο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο της Α συγκρατείται μέσω αβαρούς οριζόντιου νήματος από τον τοίχο, ώστε η δοκός να σχηματίζει με το οριζόντιο δάπεδο γωνία φ. Το κέντρο μάζας της δοκού βρίσκεται σε απόσταση $\ell/3$ από το άκρο της Α. Η δοκός ισορροπεί και η τάση του νήματος έχει μέτρο $T = 100\frac{\sqrt{3}}{3}N$.



Να υπολογίσετε:
α. τη γωνία φ και
β. τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από τον τοίχο και
γ. το δάπεδο.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

126. Η σκάλα ΑΒ του σχήματος έχει μάζα $m = 15kg$ και μήκος ℓ. Η σκάλα ισορροπεί με το άκρο της Α να στηρίζεται οριζόντιο έδαφος και το άκρο Β να στηρίζεται σε λείο κατακόρυφο τοίχο. Το κέντρο μάζας της σκάλας βρίσκεται σε απόσταση $\ell/3$ από το άκρο της Α. Η γωνία που σχηματίζει η σκάλα με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\varphi = 60^o$. Να υπολογίσετε:



α. τη δύναμη που δέχεται η σκάλα από το έδαφος και
β. από τον τοίχο.

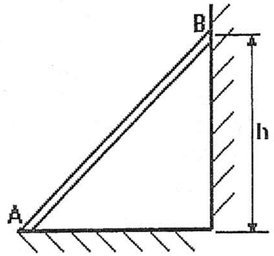
Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

127. Ομογενής σκάλα, βάρους $w = 600N$ και μήκους ℓ, στηρίζεται στο άκρο Α σε οριζόντιο επίπεδο και στο άλλο της άκρο Γ σε λείο κατακόρυφο τοίχο, ώστε να ισορροπεί και η διεύθυνσή της να σχηματίζει γωνία $\vartheta = 30^o$ με το οριζόντιο επίπεδο. Άνθρωπος βάρους $w_1 = 600N$, έχει ανεβεί σε σημείο Δ της σκάλας, που απέχει από το άκρο της Α απόσταση $\ell/3$. Να υπολογίσετε:

α. τη δύναμη που ασκείται στο άκρο Γ της σκάλας.
β. το μέτρο της στατικής τριβής της σκάλας με το δάπεδο.
γ. την κάθετη αντίδραση του δαπέδου στο σημείο Α.

128. Ομογενής σκάλα ΑΒ, μήκους $\ell = 5m$ και βάρους $w = 300N$, ισορροπεί με το άκρο της Α να ακουμπά σε οριζόντιο επίπεδο και το άλλο της άκρο Β να στηρίζεται σε λείο κατακόρυφο τοίχο. Το άκρο Β της σκάλας βρίσκεται σε ύψος $h = 4m$ από το έδαφος. Να υπολογίσετε:

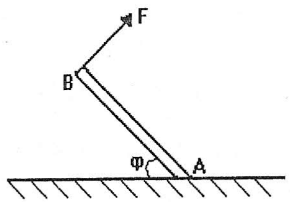
α. τη δύναμη στήριξης από τον τοίχο.
β. την αντίδραση του οριζόντιου επιπέδου.
γ. το σημείο Δ μέχρι το οποίο πρέπει να ανέβει άνθρωπος βάρους $w_1 = 700N$, ώστε η δύναμη στήριξης από τον τοίχο να διπλασιαστεί.



129. Η ομογενής σανίδα ΑΒ του σχήματος, έχει μήκος ℓ και μάζα $m = 20kg$. Η σανίδα ισορροπεί με την επίδραση δύναμης $\vec{F}$, σε θέση τέτοια ώστε το άκρο της Α να ακουμπά στο οριζόντιο επίπεδο και η γωνία που σχηματίζει μ΄ αυτό να είναι $\varphi = 60^o$. Η δύναμη $\vec{F}$ έχει διεύθυνση κάθετη στη σανίδα. Να υπολογίσετε:

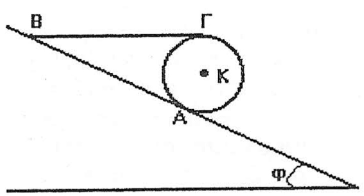
α. το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ και
β. τη δύναμη που ασκεί στη σανίδα το δάπεδο.

Δίνεται: $g = 10\,m/s^2$.



130. Ο τροχός του σχήματος, μάζας $m = 5kg$, ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi = 60^o$, με τη βοήθεια του αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο γύρω από τον τροχό και το άκρο του είναι στερεωμένο στο σημείο Β του κεκλιμένου επιπέδου. Το νήμα είναι οριζόντιο και δεν ολισθαίνει πάνω στον τροχό. Να υπολογίσετε:

α. την τάση του νήματος και
β. το μέτρο της δύναμης που ασκεί στον τροχό το κεκλιμένο επίπεδο.

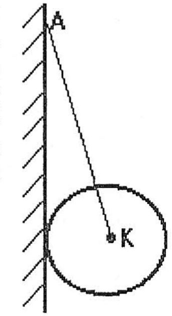


Δίνεται: $g = 10\,m/s^2$.

131. Ομογενής σφαίρα έχει μάζα $m = 1kg$ και ακτίνα $R = 2cm$. Η σφαίρα ισορροπεί κρεμασμένη στο άκρο αβαρούς νήματος μήκους $\ell = 10cm$. Το νήμα έχει στερεωθεί στο ένα του άκρο σε σημείο της επιφάνειας της σφαίρας και το άλλο του άκρο στο σημείο Α του κατακόρυφου τοίχου. Η διεύθυνση του νήματος διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας και ο τοίχος είναι λείος. Να υπολογίσετε:

α. την τάση του νήματος και
β. τη δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα.

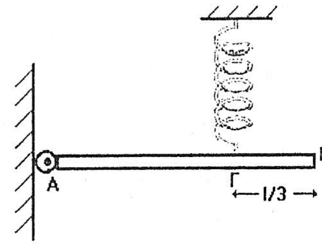
Δίνεται: $g = 10\,m/s^2$.



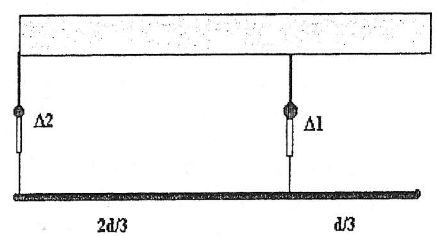
132. Η ράβδος ΑΒ του σχήματος, έχει μάζα $m = 4kg$ και μήκος ℓ. Η ράβδος στηρίζεται στο σημείο της Γ από ακλόνητο σημείο, μέσω ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\,N/m$ και στο άκρο της Α από κατακόρυφο τοίχο, μέσω άρθρωσης, οπότε ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση. Η απόσταση ΓΒ είναι ίση με $\ell/3$. Να υπολογίσετε:

α. την επιμήκυνση $\Delta\ell_1$ του ελατηρίου.
β. τη δύναμη που ασκεί στη ράβδο η άρθρωση.

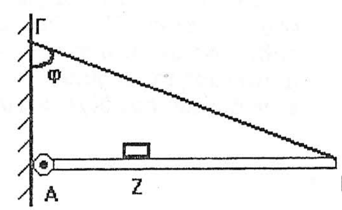
Δίνεται: $g = 10\,m/s^2$.



133. Ομογενής ράβδος βάρους $\vec{w}$ και μήκους d ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση, κρεμασμένη από οροφή μέσω δύο δυναμόμετρων $Δ_1$ και $Δ_2$. Η ένδειξη του δυναμόμετρου $Δ_1$ είναι F_1 και η ένδειξη του δυναμόμετρου $Δ_2$ F_2. Να υπολογίσετε την τιμή του λόγου F_1/F_2.

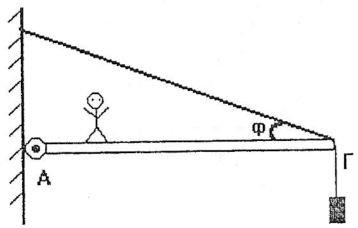


134. Η ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος έχει βάρος $w = 80N$ και μήκος $\ell = 3m$. Το άκρο Α της ράβδου στηρίζεται σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης, γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται, ενώ το άκρο της Β



στερεώνεται στο σημείο Γ του τοίχου, μέσω αβαρούς νήματος. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και το νήμα να σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^o$ με τη διεύθυνσή της. Το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_{\theta\rho} = 120N$. Μικρό σώμα βάρους $w_1 = 30N$ είναι τοποθετημένο πάνω στη ράβδο στο σημείο Ζ, που απέχει από το σημείο Α x_Z. Να υπολογίσετε τη μεγαλύτερη τιμή της απόστασης x_Z, ώστε το νήμα να μη σπάσει.

135. Η ομογενής ράβδος ΑΓ του σχήματος έχει βάρος $w_1 = 600N$ και μήκος $\ell = 7m$. Το άκρο Α της ράβδου στηρίζεται σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται, ενώ το άκρο της Γ μέσω αβαρούς νήματος στερεώνεται στον τοίχο. Στο άκρο Γ της ράβδου κρέμεται μέσω επίσης αβαρούς νήματος σώμα βάρους $w_2 = 80N$. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και σχηματίζει με το νήμα γωνία $\varphi = 60^o$. Παιδί βάρους $w_3 = 200N$ βαδίζει από το Α προς το Γ. Να υπολογίσετε:

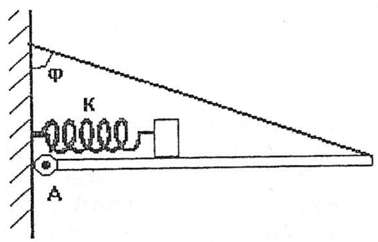


α. την δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο, όταν το παιδί βρίσκεται σε σημείο που απέχει από το σημείο Α απόσταση $\ell_1 = 1m$.

β. την απόσταση από το σημείο Α στην οποία πρέπει να βρεθεί το παιδί για να κοπεί το νήμα, αν το μέγιστο μέτρο της δύναμης που μπορεί να αντέξει το νήμα χωρίς να σπάσει, είναι $T_{\max} = 600N$.

Δίνεται: $\sqrt{3} = 1,7$.

136. Το άκρο Α ομογενούς ράβδου ΑΒ είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης, γύρω από την οποία μπορεί να στρέφεται, ενώ το άλλο της άκρο Β στερεώνεται στον ίδιο τοίχο μέσω αβαρούς νήματος, όπως στο σχήμα. Η μάζα της ράβδου είναι $m = 3,5kg$ και το μήκος της $\ell = 2m$. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση και η γωνία που σχηματίζει το νήμα με τον τοίχο είναι $\varphi = 60^o$. Πάνω στη ράβδο και σε απόσταση $\ell_1 = 0,9m$ από το άκρο της Α ισορροπεί σώμα Σ μάζας $m_1 = 0,5kg$. Το σώμα Σ είναι στερεωμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 12,5 N/m$, που το άλλο του άκρο είναι στερεωμένο στον τοίχο, ενώ στη θέση ισορροπίας του σώματος ο άξονας του ελατηρίου είναι οριζόντιος. Το σώμα Σ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στη ράβδο. Να υπολογίσετε:



α. την τάση του νήματος.

β. τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Μετατοπίζουμε το σώμα κατά Δx, συσπειρώνοντας το ελατήριο. Στη συνέχει αφήνουμε το σώμα ελεύθερο, οπότε εκτελεί απλές αρμονικές ταλαντώσεις. Να υπολογίσετε:

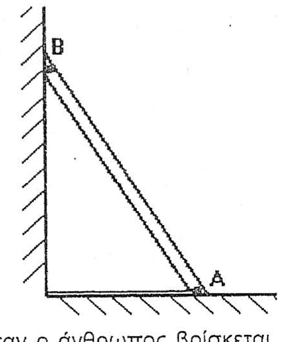
γ. τη μετατόπιση Δx, ώστε η μέγιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος, στη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος, να είναι $T_{\max} = 42N$.

δ. το χρονικό διάστημα που θα μεσολαβήσει από τη στιγμή που αφήσαμε το σώμα ελεύθερο μέχρι τη στιγμή που η τάση του νήματος να γίνει μέγιστη για πρώτη φορά.

ε. την ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος Σ.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$, $\sqrt{3} = 1,7$.

137. Μια ομογενής σκάλα ΑΒ μήκους $\ell = 5m$ έχει βάρος $w = 200N$. Η σκάλα ακουμπά σε λείο οριζόντιο επίπεδο και στηρίζεται σε επίσης λείο κατακόρυφο τοίχο. Για να συγκρατείται η σκάλα δένουμε το κάτω άκρο της Α με τον τοίχο, μέσω νήματος μήκους $\ell_1 = 3m$, του οποίου το όριο θραύσης είναι $T_{\vartheta\rho} = 400N$. Να υπολογίσετε:



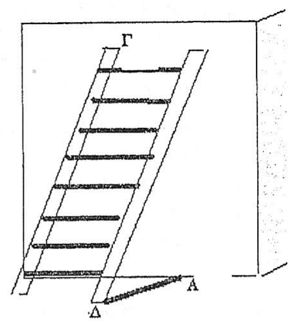
α. την τάση του νήματος και

β. τη δύναμη στήριξης του οριζοντίου επιπέδου.

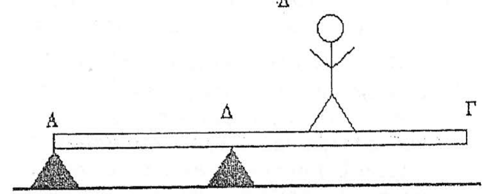
γ. τη μεγαλύτερη απόσταση από το άκρο Α της σκάλας, στην οποία μπορεί ν' ανέβει άνθρωπος βάρους $w_1 = 800N$, χωρίς να κοπεί το νήμα και

δ. τη δύναμη που ασκεί η σκάλα στον τοίχο, όταν ο άνθρωπος βρίσκεται στη θέση αυτή.

138. Ομογενής σκάλα ΓΔ μήκους $\ell = 5m$ και βάρους $w = 200N$ στηρίζεται σε λείο τοίχο και σε λείο δάπεδο, με τη βοήθεια νήματος ΑΔ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σχοινί ΑΔ έχει μήκος $\ell_1 = 3m$ και όριο θραύσης του είναι $T_{\vartheta\rho} = 495N$. Να υπολογίσετε τη μεγαλύτερη απόσταση που μπορεί να διανύσει ένας άνθρωπος βάρους $w' = 700N$, ανεβαίνοντας τη σκάλα, χωρίς να σπάσει το νήμα.



139. Ομογενής δοκός ΑΓ, μήκους $\ell = 4m$ και βάρους $w_1 = 900N$, είναι οριζόντια και ακουμπά σε δύο στηρίγματα στα σημεία Α και Δ, όπου $(A\Delta) = 2,5m$. Ένας άνθρωπος βάρους $w_2 = 756N$ αρχίζει να



περπατά πάνω στη δοκό από το Α προς το Γ, όπως φαίνεται στο σχήμα.
Να υπολογίσετε:
α. τη μέγιστη απόσταση x που θα διανύσει ο άνθρωπος χωρίς να ανατραπεί η δοκός, και
β. τη δύναμη που ασκεί τότε στη δοκό, το στήριγμα στο σημείο Δ.

140. Ομογενής δοκός ΚΛ, μήκους $\ell = 3m$ και βάρους $w = 400N$, στηρίζεται σε δύο σημεία Α και Γ, που απέχουν από τα άκρα της Κ και Λ, αντίστοιχα, ίσες αποστάσεις $\ell_1 = 0{,}7m$. Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Άνθρωπος, βάρους $w_1 = 640N$, ξεκινάει από το Α και περπατάει προς το Λ.
α. Να υπολογίσετε τη μεγαλύτερη απόσταση που μπορεί να διανύσει ο άνθρωπος πάνω στη δοκό, χωρίς η δοκός να ανατραπεί.
β. Να προσδιορίσετε τις συναρτήσεις των δυνάμεων N_A και N_Γ που δέχεται η δοκός από τα υποστηρίγματα στα σημεία Α και Γ αντίστοιχα, σε συνάρτηση με την απόσταση x που διανύει ο άνθρωπος πάνω στη δοκό.

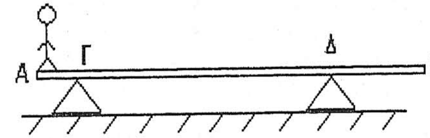
141. Ομογενής δοκός ΚΛ, μήκους $\ell = 3m$ και βάρους $w = 400N$, στηρίζεται σε δύο σημεία της Α και Γ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Το σημείο Α απέχει από το άκρο της Κ απόσταση $\ell_1 = 0{,}7m$. Άνθρωπος, βάρους $w_1 = 640N$, ξεκινάει από το σημείο Α και περπατάει προς το άκρο της σανίδας Λ. Να προσδιορίσετε τη μεγαλύτερη απόσταση από το άκρο Λ, στην οποία πρέπει να τοποθετηθεί το στήριγμα Γ, ώστε ο άνθρωπος να μπορεί να περπατήσει μέχρι το σημείο Λ χωρίς η δοκός να ανατραπεί.

142. Ομογενής σανίδα ΑΒ έχει βάρος $w = 1000N$, μήκος $\ell = 8m$ και στηρίζεται στα σημεία Γ και Δ, που απέχουν από το άκρο της Α αποστάσεις $\ell_1 = 1m$ και $\ell_2 = 5m$, αντίστοιχα.
α. Ένας άνθρωπος βάρους $w_1 = 1000N$ στέκεται στο άκρο Α της σανίδας. Να ελέγξετε αν η σανίδα ανατρέπεται όταν ο άνθρωπος βρίσκεται στη θέση αυτή.
β. Ο άνθρωπος αρχίζει να περπατά με μικρή ταχύτητα από το Α προς το Β. να υπολογίσετε τη μεγαλύτερη απόσταση που μπορεί να διανύσει, χωρίς η σανίδα να ανατραπεί.

143. Ομογενής δοκός ΑΒ, μήκους $\ell = 4m$ και βάρους $w = 100N$, στηρίζεται σε δύο σημεία της Κ και Λ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Το σημείο Κ απέχει από το άκρο της Α απόσταση $\ell_1 = 1m$, ενώ το σημείο Λ απέχει $\ell_2 = 3{,}5m$ από το Α. Άνθρωπος, βάρους $w_1 = 460N$, ανεβαίνει στο άκρο Α της δικού.
α. Να ελέγξετε αν η δοκός θα ανατραπεί.
β. Να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή της μάζας σώματος Σ_2 που πρέπει να κρεμάσουμε, μέσω αβαρούς νήματος, στο άκρο Β της ράβδου, ώστε η δοκός να μην ανατρέπεται.
γ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της μάζας σώματος Σ, ώστε η δοκός να μην ανατρέπεται.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

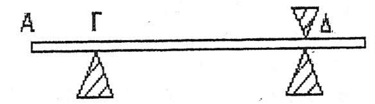
144. Ομογενής δοκός ΑΒ έχει μήκος $\ell = 10m$ και μάζα $m = 40kg$. Η δοκός στηρίζεται στα σημεία Γ και Δ σε υποστηρίγματα και ισορροπεί σε οριζόντια διεύθυνση. Τα σημεία Γ και Δ βρίσκονται σε θέσεις τέτοιες ώστε $(\mathrm{A\Gamma}) = \ell_1 = 1m$ και $(\mathrm{B\Delta}) = \ell_2 = 4m$. Άνθρωπος μάζας $M = 80kg$ στέκεται ακίνητος στο άκρο Α της δοκού. Στη συνέχεια ο άνθρωπος αρχίζει να κινείται πάνω στη δοκό με κατεύθυνση από το σημείο Α στο σημείο Β.



α. Να αποδείξετε ότι η δοκός δεν ανατρέπεται όταν ο άνθρωπος βρίσκεται στο άκρο της Α.
β. Να προσδιορίσετε σε ποιο σημείο βρίσκεται ο άνθρωπος τη στιγμή που η δύναμη στήριξης στο σημείο Δ είναι διπλάσια της δύναμης στήριξης στο σημείο Α και
γ. το μέτρο των δυνάμεων που ασκούν τα στηρίγματα αυτή τη στιγμή.
δ. Να υπολογίσετε την απόσταση που έχει διανύσει ο άνθρωπος, τη στιγμή που η δοκός αρχίζει οριακά να ανατρέπεται και
ε. την δύναμη στήριξης στο σημείο Δ την ίδια στιγμή.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

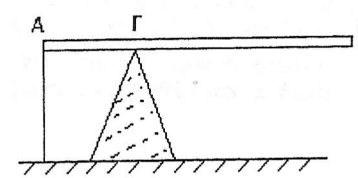
145. Ομογενής δοκός ΑΒ έχει μήκος $\ell = 10m$ και μάζα $M = 60kg$. Η δοκός στηρίζεται στα σημεία Γ και Δ, για τα οποία ισχύει $(\mathrm{A\Gamma}) = \ell_1 = 2m$ και $(\mathrm{A\Delta}) = \ell_2 = 7m$. Το στήριγμα στο σημείο Δ στηρίζει τη δοκό, αλλά και την εμποδίζει να ανυψωθεί, ώστε να ισορροπεί οριζόντια. Άνθρωπος μάζας $m = 100kg$ ανεβαίνει στη δοκό, στο σημείο της Α. Να υπολογίσετε:



α. το μέτρο της δύναμης που δέχεται η δοκός από το στήριγμα στο σημείο Δ, όταν ο άνθρωπος στέκεται στο σημείο Α και
β. το μέτρο της δύναμης που ασκεί τότε στη δοκό το στήριγμα στο σημείο Γ.
γ. μέχρι ποιο σημείο της δοκού πρέπει ο άνθρωπος να περπατήσει, ώστε η δύναμη από το στήριγμα Δ να μηδενιστεί.
δ. το μέτρο της δύναμης που ασκεί στη δοκό το καθένα από τα στηρίγματα στα σημεία Γ και Δ, τη στιγμή που ο άνθρωπος βρίσκεται στο σημείο Ε, ώστε $(\mathrm{AE}) = x_2 = 1m$.

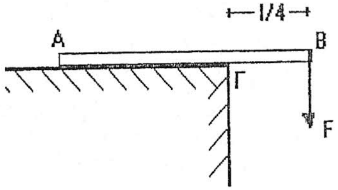
Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

146. Ομογενής ράβδος έχει βάρος $w = 100N$ και μήκος $\ell = 2m$. Η ράβδος στηρίζεται με υποστήριγμα στο σημείο της Γ. Στο άκρο Α της ράβδου είναι δεμένο αβαρές νήμα το άλλο άκρο του οποίου είναι



στερεωμένο στο έδαφος, ώστε το νήμα να είναι κατακόρυφο. Στο άκρο Α της ράβδου έχουμε τοποθετήσει σώμα Σ, αμελητέων διαστάσεων και βάρους $w_1 = 60N$. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια και η τάση του νήματος είναι οριακά ίση με μηδέν. Να υπολογίσετε:
α. την απόσταση των σημείων Α και Γ.
β. την τάση του νήματος, αν το σώμα τοποθετηθεί στο άκρο Β της ράβδου.

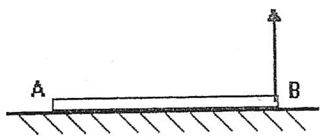
147. Ομογενής ράβδος ΑΒ, μάζας $m = 10kg$ και μήκους ℓ, είναι τοποθετημένη πάνω σε μια βάση, έτσι ώστε το $\frac{1}{4}$ του μήκους της να βρίσκεται έξω από τη βάση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο Β της ράβδου ασκούμε δύναμη της οποίας η διεύθυνση είναι κατακόρυφη και η φορά προς τα κάτω.



Το μέτρο της δύναμης αυξάνεται διαρκώς από τη τιμή $F = 0$. Να υπολογίσετε:
α. το μέτρο της δύναμης τη στιγμή που η ράβδος αρχίζει να ανατρέπεται γύρω από το σημείο Γ και
β. τη δύναμη που ασκεί η βάση στη ράβδο τότε.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

148. Η ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος έχει μάζα $m = 5kg$ και μήκος ℓ. Η ράβδος ισορροπεί πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Στο άκρο Β της ράβδου ασκούμε δύναμη $\vec{F}$ της οποίας η διεύθυνση είναι κατακόρυφη και η φορά προς τα πάνω. Να υπολογίσετε:

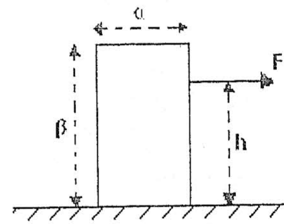


α. το μέτρο της δύναμης, ώστε η ράβδος ν' αρχίσει να ανασηκώνεται και
β. τη δύναμη που ασκεί το δάπεδο στη ράβδο, τότε.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$. Υποθέτουμε ότι το άκρο Α της ράβδου δεν ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

149. Πάνω σε οριζόντιο επίπεδο τοποθετούμε τέσσερα τούβλα, το ένα πάνω στο άλλο. Τα τούβλα είναι ακριβώς ίδια μεταξύ τους και το μήκος της μεγαλύτερης πλευράς τους είναι ℓ. Τοποθετούμε τα τούβλα το ένα πάνω στο άλλο, με τις αντίστοιχες πλευρές τους παράλληλες και έτσι ώστε το καθένα να εξέχει απ' αυτό πάνω στο οποίο τοποθετείται κατά x. Να υπολογίσετε τη μεγαλύτερη τιμή του x, ώστε το σύστημα να μην ανατραπεί.

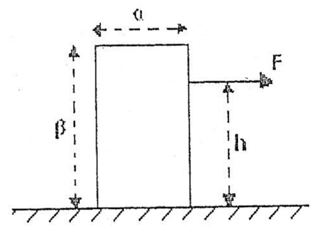
150. Ομογενές κιβώτιο, σχήματος παραλληλεπιπέδου, έχει πλευρές $\alpha = 0,6m$, $\beta = 1m$ και γ. Η μάζα του κιβωτίου είναι $m = 6kg$. Στο κιβώτιο ασκείται δύναμη $\vec{F}$, οριζόντιας διεύθυνσης, που είναι παράλληλη με την ακμή α και κάθετη στις ακμές β και γ. Το κιβώτιο με την επίδραση της δύναμης ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο και οριακά δεν ανατρέπεται. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου είναι $\mu = 0,5$. Να υπολογίσετε:



α. το μέτρο της δύναμης και
β. το μέτρο της δύναμης που ασκεί το έδαφος, τότε.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

151. Ομογενές κιβώτιο, σχήματος παραλληλεπιπέδου, έχει πλευρές $\alpha = 0,6m$, $\beta = 1m$ και γ. Η μάζα του κιβωτίου είναι $m = 6kg$. Στο κιβώτιο ασκείται δύναμη $\vec{F}$, οριζόντιας διεύθυνσης, που είναι παράλληλη με την ακμή α και κάθετη στις ακμές β και γ. Να υπολογίσετε:



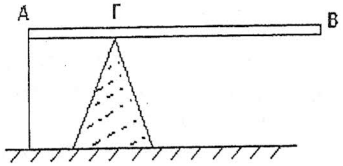
α. το μέτρο της δύναμης, ώστε το κιβώτιο να μην ολισθαίνει και οριακά να μην ανατρέπεται και
β. το μέτρο της δύναμης που ασκεί το έδαφος σ' αυτή την περίπτωση.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

152. Ανυψωτικό μηχάνημα (κλαρκ) έχει μάζα $M = 1500kg$. Οι τροχοί εφάπτονται σε σημεία του οριζοντίου επιπέδου που απέχουν μεταξύ τους κατά $d = 1,5m$, ενώ το κέντρο μάζας του οχήματος βρίσκεται ανάμεσα στους δύο τροχούς και σε σημείο που απέχει οριζόντια απόσταση $d_1 = 0,5m$ από τους μπροστινούς τροχούς. Στις "δαγκάνες" του είναι φορτωμένο κιβώτιο μάζας $m = 1000kg$, του οποίου το κέντρο μάζας απέχει από το σημείο επαφής των μπροστινών τροχών με το έδαφος, οριζόντια απόσταση $d_3 = 0,5m$. Το κλαρκ ανυψώνει το κιβώτιο με επιτάχυνση $\vec{\alpha}$. Να υπολογίσετε:
α. το μέγιστο μέτρο της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$, ώστε το όχημα να μην ανατρέπεται, και
β. τη δύναμη που ασκούν στο έδαφος, οι μπροστινοί τροχοί σ' αυτή την περίπτωση.
γ. το μέτρο της μέγιστης επιβράδυνσης με την οποία το όχημα μπορεί να κατεβάζει το κιβώτιο, ώστε να μην ανατρέπεται.
δ. Πίσω από τους πισινούς τροχούς και σε απόσταση $d_4 = 0,5m$ προσθέτουμε απόβαρο w', ώστε να μπορεί το όχημα να ανεβάζει μέγιστο φορτίο μάζας $m = 1000kg$ με μέγιστη επιτάχυνση $\alpha_{max} = 10 m/s^2$. Να υπολογίσετε τις τιμές που μπορεί να έχει το απόβαρο w'.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

153. Ομογενής ράβδος έχει μάζα m και μήκος $\ell = 2m$. Η ράβδος στηρίζεται με υποστήριγμα στο σημείο της Γ που απέχει από το άκρο της Α $\ell_1 = 0,625m$. Στο άκρο Α της ράβδου είναι δεμένο αβαρές νήμα το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο έδαφος, ώστε το νήμα να είναι κατακόρυφο. Η τάση θραύσεως του νήματος είναι $T_{θρ} = 500N$. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια.

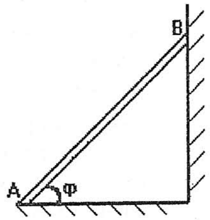


α. Να υπολογίσετε τη μάζα της ράβδου, αν στη θέση ισορροπίας η τάση του νήματος είναι $T_1 = 60N$.

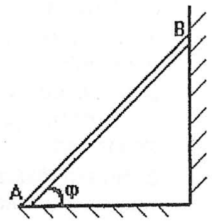
β. Σώμα Σ μάζας $m = 6kg$ φέρεται σε ύψος h πάνω από το άκρο Β της ράβδου και αφήνεται ελεύθερο. Το σώμα πέφτει ελεύθερα, συγκρούεται με τη ράβδο και συσσωματώνεται στο άκρο της Β. Η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t = 0,1s$. Να υπολογίσετε το ύψος h από το οποίο πρέπει να αφεθεί ελεύθερο το σώμα, ώστε το νήμα μόλις να μη σπάσει, στη διάρκεια της κρούσης.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$. Να θεωρήσετε ότι η δύναμη κατά την κρούση είναι σταθερή.

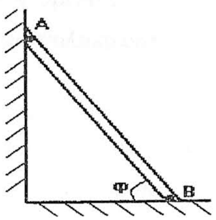
154. Η ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος έχει, με βάρος w και μήκος ℓ. Η ράβδος στηρίζεται στο άκρο της Α σε λείο κατακόρυφο τοίχο και στο άκρο της Β σε οριζόντιο δάπεδο. Τοποθετώντας τη ράβδο σε διάφορες θέσεις παρατηρούμε ότι όταν η γωνία που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο είναι μικρότερη από 45^o, δε μπορεί να ισορροπήσει και γλιστράει στο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε το συντελεστή οριακής τριβής ανάμεσα στο δάπεδο και στη ράβδο.



155. Η ομογενής ράβδος ΑΒ του διπλανού σχήματος στηρίζεται στο άκρο της Β σε λείο κατακόρυφο τοίχο και στο άκρο της Α σε οριζόντιο δάπεδο. Η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με το οριζόντιο επίπεδο είναι φ. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ του άκρου της ράβδου και του δαπέδου είναι $\mu_{op} = \frac{\sqrt{3}}{6}$. Να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή της γωνίας φ, για την οποία η ράβδος δε γλιστρά στο έδαφος.



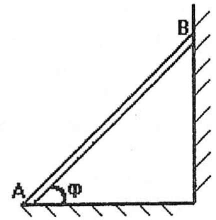
156. Η ομογενής σκάλα ΑΒ του διπλανού σχήματος έχει βάρος $w = 400N$ και μήκος ℓ. Η σκάλα στηρίζεται στο άκρο της Β σε λείο κατακόρυφο τοίχο και στο άκρο της Α σε οριζόντιο δάπεδο. Η γωνία που σχηματίζει η σκάλα με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\varphi = 30^o$. Στη θέση αυτή η σκάλα μόλις που ισορροπεί και δε γλιστρά στο οριζόντιο επίπεδο.



α. Να υπολογίσετε το συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ της σκάλας και του οριζοντίου δαπέδου.

β. Στηρίζουμε τη σκάλα έτσι ώστε η γωνία φ να είναι 45^o. Να ελέγξετε αν ένας άνθρωπος βάρους $w = 600N$ μπορεί ν' ανέβει στην κορυφή της σκάλας, χωρίς αυτή να γλιστρήσει στο οριζόντιο επίπεδο.

157. Η ομογενής σκάλα ΑΒ του διπλανού σχήματος έχει βάρος $w = 100N$ και μήκος $\ell = 4m$. Η σκάλα στηρίζεται στο άκρο της Β σε λείο κατακόρυφο τοίχο και στο άκρο της Α σε οριζόντιο δάπεδο. Η γωνία που σχηματίζει η σκάλα με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\varphi = 60^o$. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ της σκάλας και του οριζοντίου δαπέδου είναι $\mu_{op} = 0,5$.

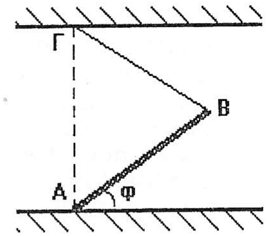


α. Να ελέγξετε αν στη θέση αυτή η σκάλα μπορεί να ισορροπήσει ή θα γλιστρήσει στο οριζόντιο επίπεδο.

β. Ενώ η σκάλα βρίσκεται στη θέση αυτή αρχίζει να την ανεβαίνει ένας άνθρωπος βάρους $w_1 = 500N$. Να προσδιορίσετε πόσο θα απέχει ο άνθρωπος από το άκρο Α της σκάλας τη στιγμή που αυτή θ' αρχίσει να ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο.

Δίνεται: $\sqrt{3} = 1,7$.

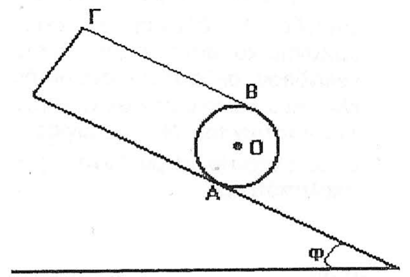
158. Η ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος έχει βάρος $w = 40N$ και μήκος ℓ και ισορροπεί στη θέση που φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο Β της ράβδου είναι στερεωμένο στα άκρο αβαρούς νήματος, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο ακλόνητο σημείο Γ. Η διεύθυνση του νήματος είναι κάθετη στη ράβδο. Το μήκος του νήματος είναι ίσο με το μήκος της ράβδου. Το άκρο Α της ράβδου ακουμπά στο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε:



α. το συντελεστή οριακής τριβής μ_{op} ανάμεσα στο άκρο Α της ράβδου και στο οριζόντιο έδαφος, αν στη θέση αυτή η ράβδος μόλις που δε γλιστράει στο οριζόντιο επίπεδο.

β. τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το δάπεδο.

159. Ο ομογενής κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα $m = 2kg$ και ακτίνα R. Ο κύλινδρος ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο με τη βοήθεια ενός σχοινιού που είναι τυλιγμένο γύρω του, ενώ το άλλο του άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο Γ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στην θέση ισορροπίας



του κυλίνδρου το νήμα είναι παράλληλο με το κεκλιμένο επίπεδο. Ο συντελεστής οριακής τριβής ανάμεσα στον κύλινδρο και το κεκλιμένο επίπεδο είναι $\mu_{op} = 0,5$.

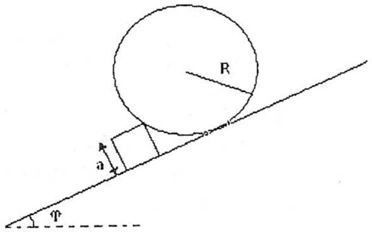
α. Να υπολογίσετε για ποιες τιμές της γωνίας φ ο κύλινδρος δε γλιστρά στο κεκλιμένο επίπεδο.

Αν η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\varphi = 30^o$, να υπολογίσετε:

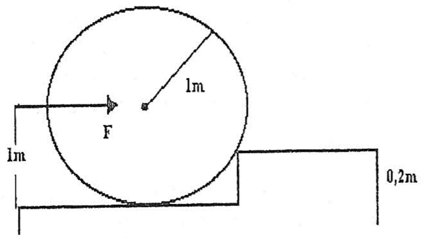
β. το μέτρο της στατικής τριβής.

γ. την τάση του νήματος.

160. Η ομογενής σφαίρα του σχήματος έχει μάζα m και ακτίνα $R = 0,2m$. Η σφαίρα ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi = 60^o$, με τη βοήθεια ακλόνητου εμποδίου που έχει σχήμα κύβου. Να υπολογίσετε την ελάχιστη ακμή του κύβου, ώστε η σφαίρα να μπορεί να ισορροπεί.



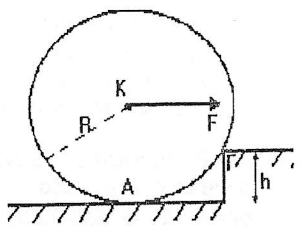
161. Ομογενής κύλινδρος έχει ακτίνα $R = 1m$ και βάρος $w = 1200N$. Ο κύλινδρος ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση δύναμης $\vec{F}$, ενώ βρίσκεται σε επαφή και με την ακμή σκαλοπατιού. Το ύψος του σκαλοπατιού είναι $h = 0,2m$. Η δύναμη έχει μέτρο $F = 450N$, διεύθυνση οριζόντια, που διέρχεται από το κέντρο του κυλίνδρου και η φορά της φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούν στον κύλινδρο:



α. το δάπεδο και

β. το σκαλοπάτι.

162. Ομογενής κύλινδρος έχει μάζα $m = 2kg$ και ακτίνα R. Ασκώντας δύναμη $\vec{F}$ επιδιώκουμε ο κύλινδρος να υπερπηδήσει το σκαλοπάτι, ύψους $h = R/2$. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι παράλληλος με το οριζόντιο επίπεδο. Η δύναμη $\vec{F}$ έχει διεύθυνση οριζόντια και ασκείται στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου, αλλά έτσι ώστε αυτός να μπορεί ελεύθερα να περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των βάσεών του. Να υπολογίσετε:

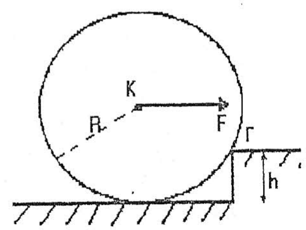


α. το ελάχιστο μέτρο δύναμης $\vec{F}$, ώστε ο κύλινδρος να υπερπηδήσει το σκαλοπάτι και

β. τη δύναμη που ασκεί η ακμή του σκαλοπατιού στον κύλινδρο, τότε.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

163. Θέλουμε να ανεβάσουμε τον τροχό ακτίνας $R = 5cm$ και μάζας $m = 1kg$ του σχήματος, πάνω στο σκαλοπάτι ύψους $h = 1cm$. Προσπαθούμε να το καταφέρουμε ασκώντας, στο κέντρο του τροχού δύναμη $\vec{F}$, της οποίας η διεύθυνση είναι οριζόντια και η φορά αυτή του σχήματος, ενώ ο τροχός μπορεί να στρέφεται γύρω από το κέντρο του. Να υπολογίσετε:



α. το ελάχιστο μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, ώστε ο τροχός ν' ανέβει το σκαλοπάτι.

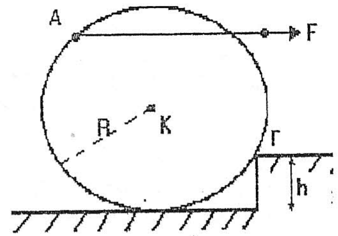
β. τη διεύθυνση και

γ. το μέτρο της δύναμης που ασκεί η άκρη Γ του σκαλοπατιού σ' αυτή την περίπτωση.

δ. Να εξηγήσετε γιατί αν το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ είναι μεγαλύτερο από την τιμή που υπολογίσατε στο ερώτημα (α), ο τροχός καταφέρνει ν' ανέβει το σκαλοπάτι.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$. Θεωρείστε ότι ο τροχός δεν ολισθαίνει στην άκρη του σκαλοπατιού.

164. Θέλουμε να ανεβάσουμε τον τροχό ακτίνας $R = 10cm$ και μάζας $m = 5kg$ του σχήματος, πάνω στο σκαλοπάτι ύψους $h_1 = 6cm$. Προσπαθούμε να το καταφέρουμε ασκώντας δύναμη $\vec{F}$, της οποίας η διεύθυνση είναι οριζόντια, η φορά αυτή του σχήματος και το σημείο εφαρμογής της Α απέχει από το οριζόντιο επίπεδο απόσταση $h_2 = 16cm$. Να υπολογίσετε:



α. το ελάχιστο μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, ώστε ο τροχός ν' ανέβει το σκαλοπάτι.

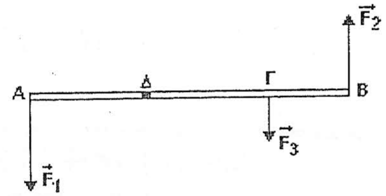
β. τη διεύθυνση και

γ. το μέτρο της δύναμης που ασκεί η άκρη Γ του σκαλοπατιού σ' αυτή την περίπτωση.

δ. Να εξηγήσετε γιατί αν το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ είναι μεγαλύτερο από την τιμή που υπολογίσατε στο ερώτημα (α), ο τροχός καταφέρνει ν' ανέβει το σκαλοπάτι.

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$. Θεωρείστε ότι ο τροχός δεν ολισθαίνει στην άκρη του σκαλοπατιού.

165. Ομογενής ράβδος ΑΒ έχει μήκος $\ell = 4m$ και βάρος w. Η ράβδος ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις $F_1 = 5N$, $F_2 = 2N$, $F_3 = 3N$ και F_4. Οι διευθύνσεις των δυνάμεων είναι οριζόντιες και κάθετες στη ράβδο και η φορά των $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ φαίνεται στο σχήμα. Η απόσταση ΓΒ είναι ίση με $\ell_1 = 1m$.

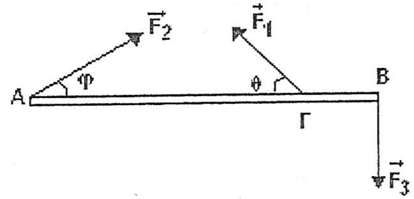


α. Να υπολογίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}_4$, ώστε η ράβδος να μην εκτελέσει μεταφορική κίνηση.

β. Τι κίνηση θα εκτελέσει η ράβδος αν η δύναμη $\vec{F}_4$ ασκηθεί στο σημείο Δ, όπου $(\text{ΑΔ}) = \ell_2 = 1{,}5m$; Πόση είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας στην περίπτωση αυτή;

γ. Να προσδιορίσετε το σημείο εφαρμογής της δύναμης $\vec{F}_4$, ώστε η ράβδος να ισορροπεί.

166. Ομογενής ράβδος ΑΒ έχει μήκος $\ell = 2m$ και βάρος w. Η ράβδος βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι αρχικά ακίνητη. Στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις $F_1 = 20\sqrt{3}N$, $F_2 = 10\sqrt{2}N$, $F_3 = 8N$. Οι διευθύνσεις των δυνάμεων είναι οριζόντιες και η φορά τους φαίνεται στο σχήμα. Η απόσταση ΓΒ είναι ίση με $\ell_1 = 0{,}5m$ και οι γωνίες είναι ίσες με $\varphi = 45^o$ και $\vartheta = 60^o$.



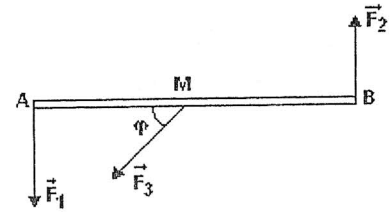
α. Θα κινηθεί η ράβδος υπό την επίδραση αυτών των δυνάμεων; Τι κίνηση θα εκτελέσει;

β. Να υπολογίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση δύναμης $\vec{F}_4$, ώστε η ράβδος να μην εκτελέσει μεταφορική κίνηση.

γ. Να προσδιορίσετε το σημείο εφαρμογής της δύναμης $\vec{F}_4$, ώστε η ράβδος να ισορροπεί.

Δίνεται: $\sqrt{3} = 1{,}73$.

167. Ομογενής ράβδος ΑΒ έχει μήκος $\ell = 4m$ και βάρος w. Η ράβδος βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι αρχικά ακίνητη. Στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$, των οποίων οι διευθύνσεις είναι οριζόντιες. Οι διευθύνσεις των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι κάθετες στη ράβδο, ενώ η διεύθυνση της $\vec{F}_3$ σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ. Οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ασκούνται, αντίστοιχα, στα άκρα Α και Β της ράβδου, ενώ η δύναμη $\vec{F}_3$ ασκείται στο μέσον Μ της ράβδου. Το μέτρο καθεμιάς εκ των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι ίσο $F = 50N$, ενώ το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_3$ είναι $F_3 = 200N$. Να υπολογίσετε:



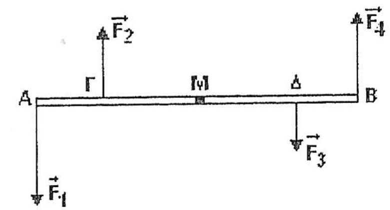
α. τη ροπή του συστήματος των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$.

β. τη γωνία φ, αν η συνισταμένη ροπή των τριών δυνάμεων ως προς το άκρο Β της ράβδου είναι ίση με μηδέν.

γ. Η ράβδος υπό την επίδραση των τριών δυνάμεων θα κινηθεί;

δ. Αν η ράβδος κινηθεί θα εκτελέσει κίνηση μεταφορική στροφική ή σύνθετη; Να εξηγήσετε την άποψή σας.

168. Η ράβδος ΑΒ του σχήματος ισορροπεί υπό την επίδραση τεσσάρων δυνάμεων, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Οι διευθύνσεις των δυνάμεων είναι οριζόντιες και κάθετες πάνω στη ράβδο. Η μάζα της ράβδου είναι $m = 2kg$, το μήκος της είναι $(\text{ΑΒ}) = \ell = 2m$, ενώ η απόσταση των σημείων Γ και Δ είναι $(\text{ΓΔ}) = \ell_{2,3} = 1m$. Για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει $F_1 = F_4$ και $F_2 = F_3$. Η αλγεβρική τιμή της ροπής της δύναμης $\vec{F}_2$, ως προς το άκρο Β της ράβδου είναι $\tau_{2_B} = -13N \cdot m$, ενώ η αλγεβρική τιμή της ροπής της δύναμης $\vec{F}_3$, ως προς το ίδιο σημείο είναι $\tau_{3_B} = 3N \cdot m$. Να υπολογίσετε:



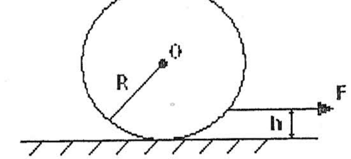
α. τη ροπή του συστήματος των δυνάμεων $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$.

β. την απόσταση του σημείου εφαρμογής Γ της δύναμης $\vec{F}_2$ από το άκρο Α της ράβδου.

γ. το μέτρο κάθε μιας εκ των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_4$.

δ. Στο μέσον Μ της ράβδου ασκούμε δύναμη $\vec{F}_5$ της οποίας η διεύθυνση είναι οριζόντια και κάθετη στη ράβδο, η φορά είναι ίδια με τη φορά δύναμης $\vec{F}_2$ και το μέτρο $F_5 = 10N$. Να περιγράψετε την κίνηση της ράβδου μετά την επίδραση της δύναμης $\vec{F}_5$ και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσής της.

169. Ο τροχός του σχήματος έχει μάζα $m = 4kg$ και ακτίνα R. Ο τροχός ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς να στρέφεται, υπό την επίδραση δύναμης $\vec{F}$, οριζόντιας διεύθυνσης, η οποία απέχει από το έδαφος $y = R/3$, ενώ η φορά της είναι αυτή που φαίνεται



στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στον τροχό και το δάπεδο είναι $\mu = 0,2$. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.
β. την επιτάχυνση του τροχού.

Δίνεται: $g = 10 \,{}^{m}\!/_{s^2}$.