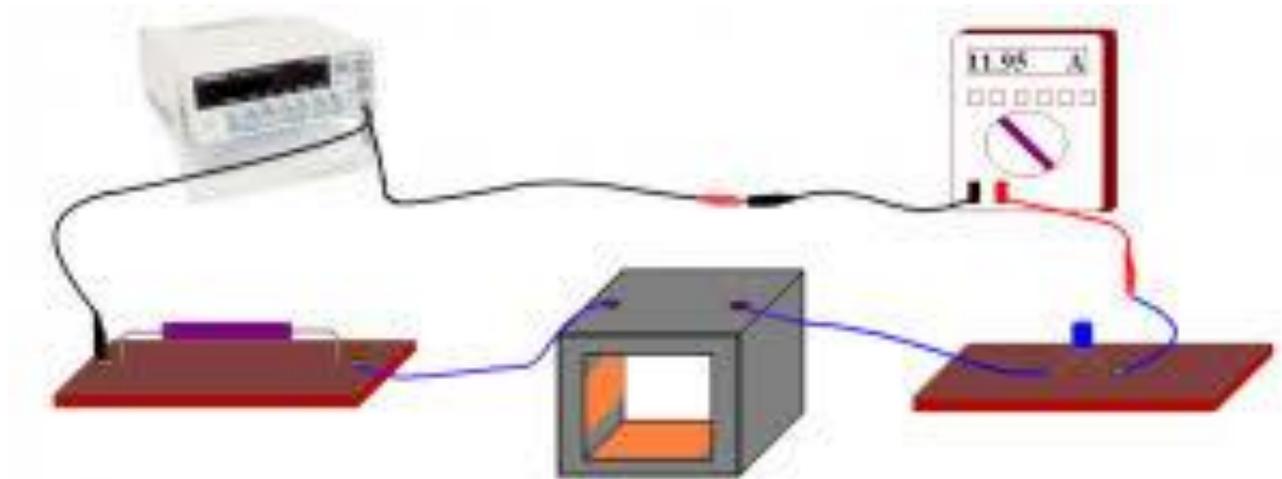
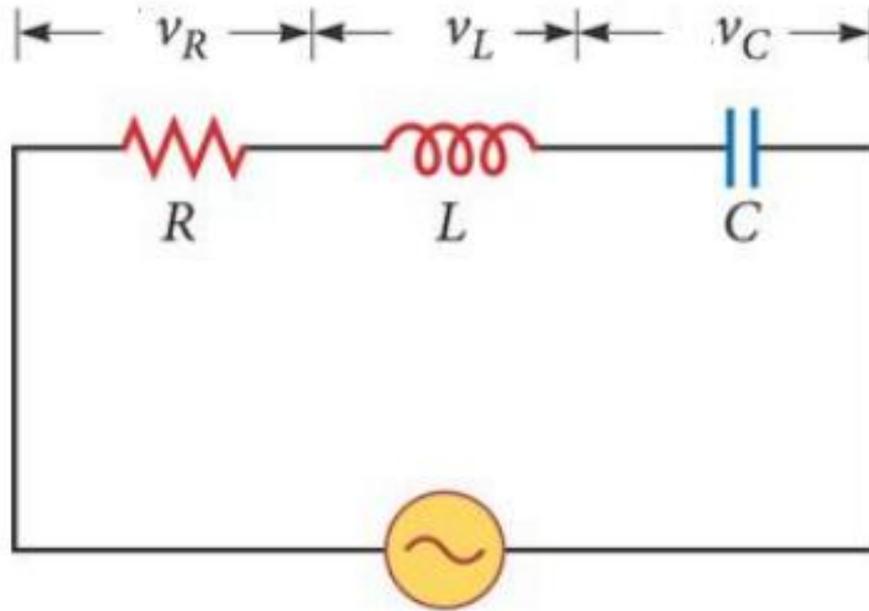


Συντονισμός κυκλωμάτων R-L-C



<http://imarinakis.mysch.gr/>

Συντονισμός Σειράς

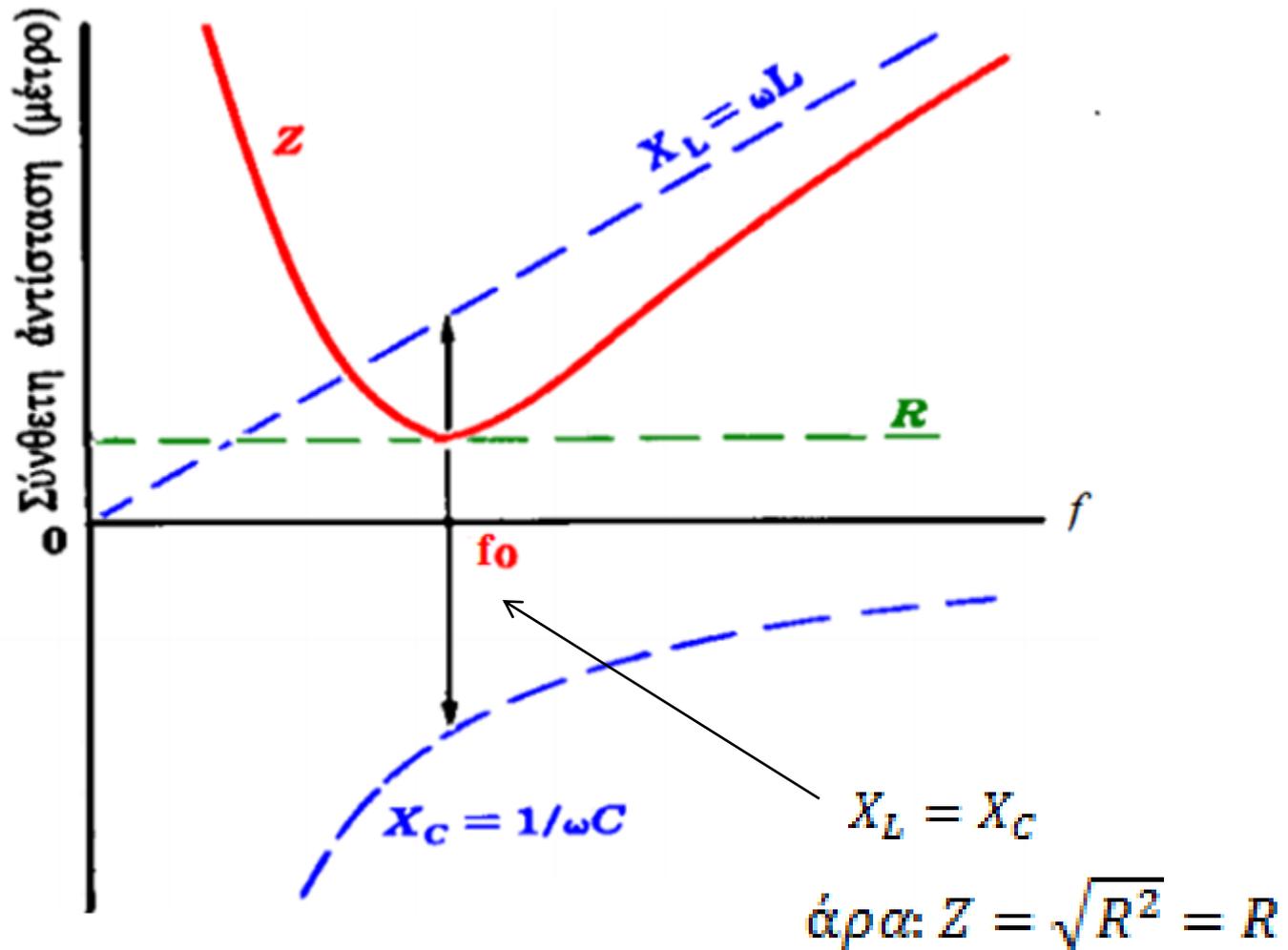


$$v = v_R + v_L + v_C \quad v = V_0 \sin \omega t$$

$$I_{\varepsilon v} = V_{\varepsilon v} / Z$$

$$I_{\varepsilon v} = \frac{V_{\varepsilon v}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Συντονισμός Σειράς



$$Z = \sqrt{R^2 + (\uparrow X_L - \downarrow X_C)^2}$$

Συντονισμός Σειράς

- Υπάρχει ένα μοναδικό σημείο f_0 στο οποίο:

$$\underline{X_L = X_C}$$

- Λέμε τότε ότι για $f = f_0$ έχουμε συντονισμό.
- Η συχνότητα f_0 ονομάζεται συχνότητα συντονισμού.

$$X_L = X_C \Leftrightarrow \omega_o L = \frac{1}{\omega_o C} \Leftrightarrow$$

$$\omega_o^2 LC = 1 \Rightarrow$$

$$\omega_o^2 = \frac{1}{LC} \quad \text{ή} \quad \omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Συντονισμός Σειράς

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ \omega_0 = 2\pi f_0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Συντονισμός Σειράς

Στον συντονισμό σειράς έχουμε:

$$X_L = X_C \Rightarrow X_L - X_C = 0$$

$$\text{Επίσης : } U_L = U_C \Rightarrow U_L - U_C = 0$$

$$U = \sqrt{[U_R^2 + (U_L - U_C)^2]} = \sqrt{[U_R^2 + 0]}$$

$$U = U_R$$

$$Z = \sqrt{[R^2 + (X_L - X_C)^2]} =$$

$$Z = \sqrt{[R^2 + 0]}$$

$$Z = R, \cos\phi = R/Z = 1$$

Άρα η γωνία $\phi = 0$.

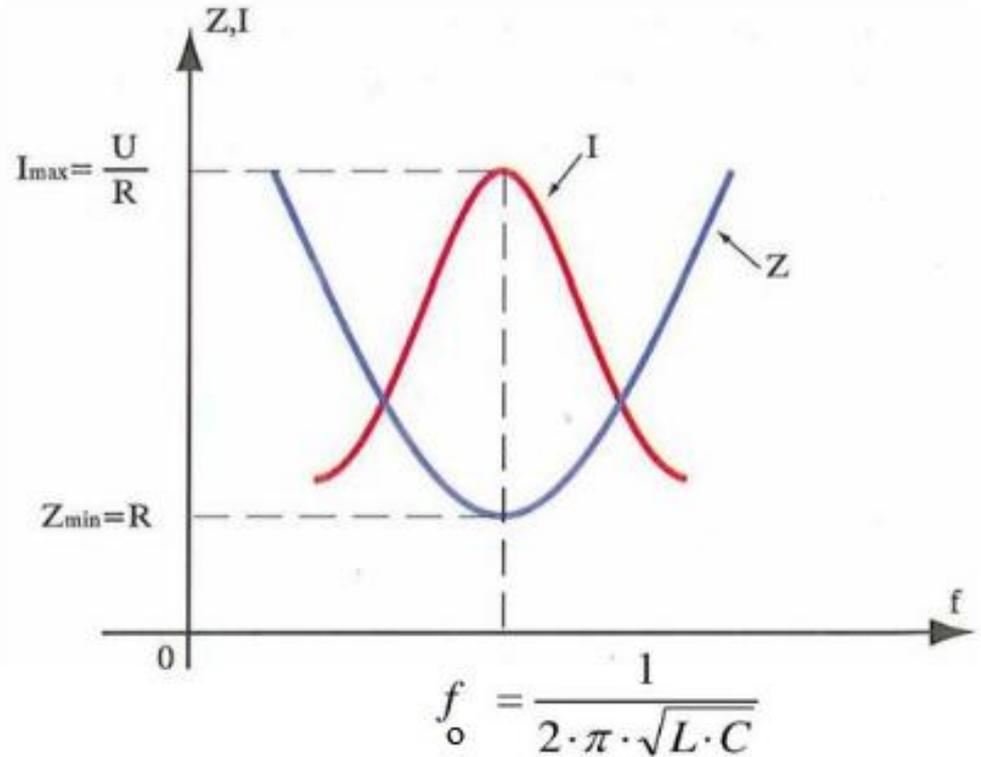
Συντονισμός Σειράς

Στη συχνότητα συντονισμού, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ παίρνει ελάχιστη τιμή και η ένταση του ρεύματος μέγιστη τιμή.

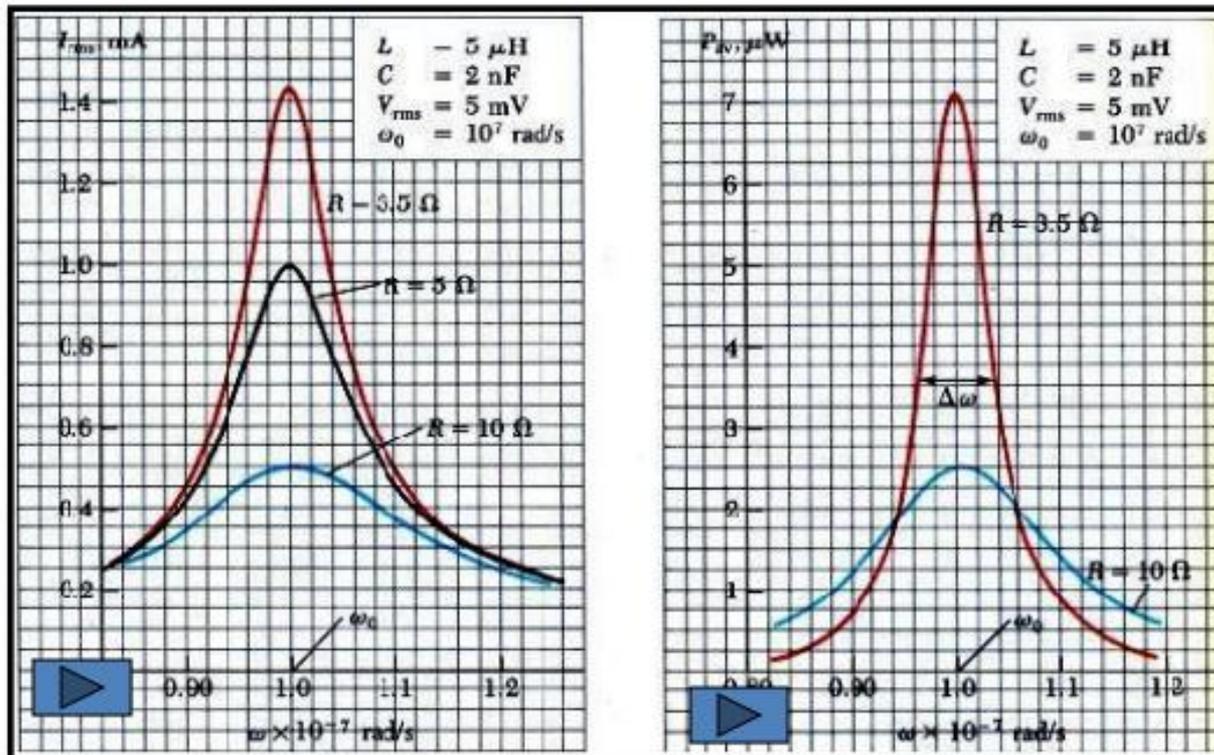
$$Z_{\min} = R \quad \text{και} \quad I_{\max} = \frac{V}{R}$$

Στο σχήμα φαίνονται οι μεταβολές της σύνθετης αντίστασης Z και του ρεύματος σε συνάρτηση με τη συχνότητα f_0



Συντονισμός Σειράς

Καμπύλη συντονισμού, ρεύμα



Παράγοντας ποιότητας Q

Συντονισμός Σειράς

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ (Q_π)

Συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος (Q_π) ονομάζεται το πηλίκο της τάσης που επικρατεί στα άκρα του πηνίου (ή του πυκνωτή) κατά το συντονισμό προς την τάση τροφοδοσίας, δηλαδή

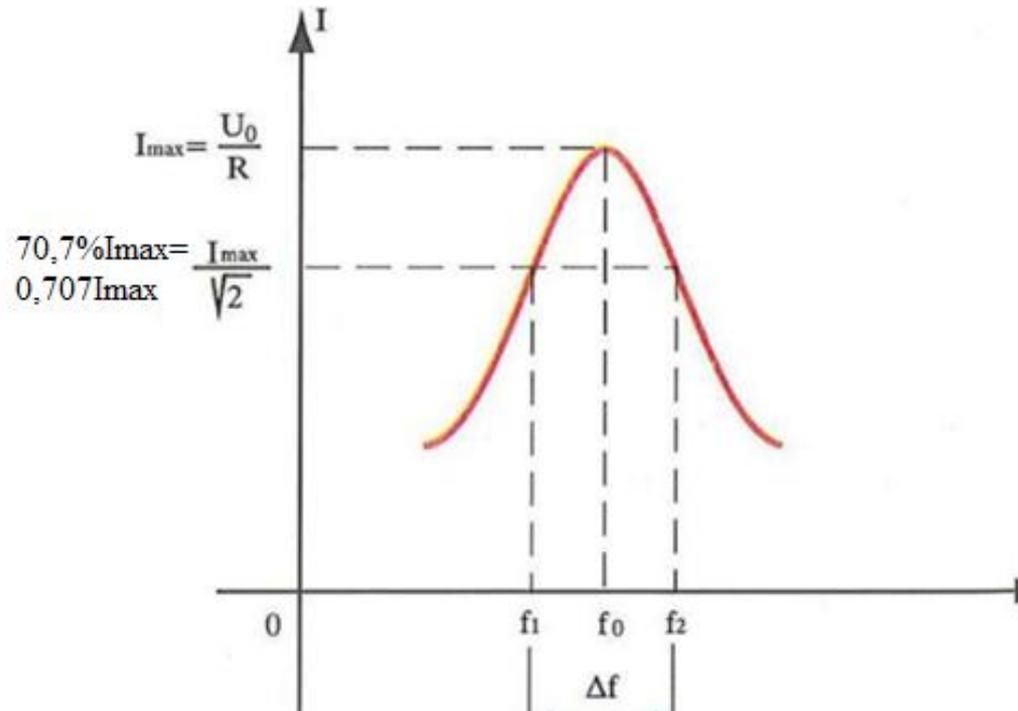
$$Q_\pi = \frac{V_L}{V} = \frac{V_C}{V} = \frac{I_{\max} \cdot \omega_o \cdot L}{I_{\max} \cdot R} = \frac{\omega_o \cdot L}{R} = \frac{1}{\omega_o \cdot R \cdot C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow$$

$$Q_\pi = \frac{\omega_o \cdot L}{R} = \frac{1}{\omega_o \cdot R \cdot C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Ο συντελεστής ποιότητας (Q_π) δείχνει ότι η τάση U_L ή U_C είναι Q_π φορές μεγαλύτερη από την τάση τροφοδοσίας και οι τιμές του στην πράξη κυμαίνονται συνήθως μεταξύ 10 και 300. Εμφανίζονται δηλαδή υπερτάσεις στο εσωτερικό του κυκλώματος RLC.

Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως υπέρταση κατά το συντονισμό και πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη κατά το σχεδιασμό ενός κυκλώματος, διότι υπάρχει ο κίνδυνος να διασπαστεί το διηλεκτρικό του πυκνωτή εξαιτίας της υπέρτασης.

Συντονισμός Σειράς



ΖΩΝΗ ΔΙΕΛΕΥΣΗΣ

Ιδιαίτερη σημασία στην πράξη έχει το πόσο στενή είναι η καμπύλη συντονισμού στην περιοχή κοντά στη συχνότητα συντονισμού. Αυτό εκτιμάται με τη ζώνη διέλευσης ή ζώνη συντονισμού Δf του κυκλώματος, που δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta f = f_2 - f_1$$

όπου f_1 και f_2 είναι οι πλευρικές συχνότητες στις οποίες το ρεύμα I παίρνει τιμή ίση με $0,707 I_{\max}$

Συντονισμός Σειράς

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q_\pi}$$

δηλαδή, για ορισμένη συχνότητα συντονισμού f_0 η ζώνη διέλευσης είναι τόσο μικρότερη (πιο στενή καμπύλη), όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής ποιότητας Q_π .

Συντονισμός Σειράς

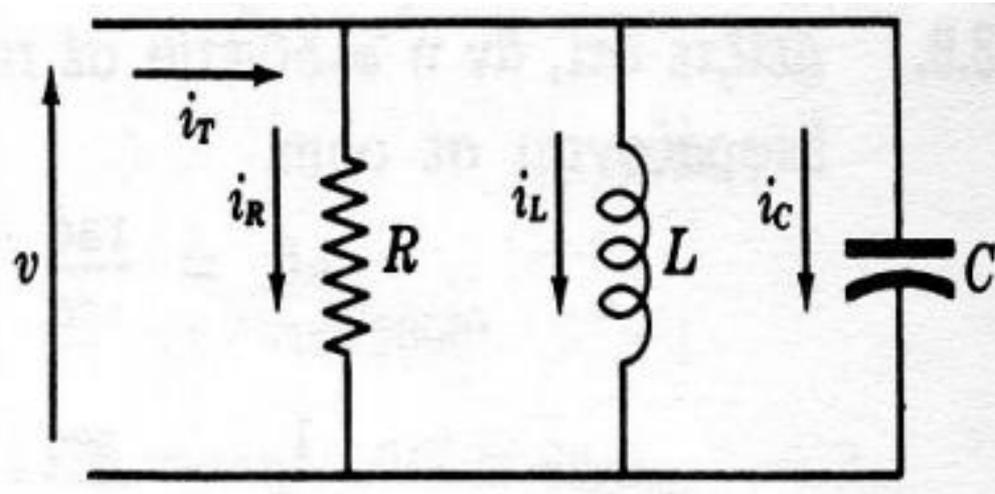
Για τον υπολογισμό της ισχύος στην περίπτωση του συντονισμού, παρατηρούμε τα εξής. Επειδή δεν υπάρχει διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος ($\varphi = 0^\circ$) εφαρμόζοντας παίρνουμε:

$$P = U_{\text{EV}} \cdot I_{\text{EV}} \cdot \cos\varphi = U_{\text{EV}} \cdot I_{\text{EV}} \cdot \cos 0^\circ = U_{\text{EV}} \cdot I_{\text{EV}} = S$$

$$Q = U_{\text{EV}} \cdot I_{\text{EV}} \cdot \eta\mu\varphi = U_{\text{EV}} \cdot I_{\text{EV}} \cdot \eta\mu 0^\circ = 0$$

δηλαδή, όταν το κύκλωμα βρίσκεται σε συντονισμό απορροφά αποκλειστικά πραγματική ισχύ από την πηγή, η οποία καταναλώνεται στην ωμική του αντίσταση R. Επειδή δε, το ρεύμα είναι μέγιστο συμπεραίνουμε ότι και η απορροφούμενη ισχύς είναι μέγιστη.

Συντονισμός σε κύκλωμα RLC Παράλληλα

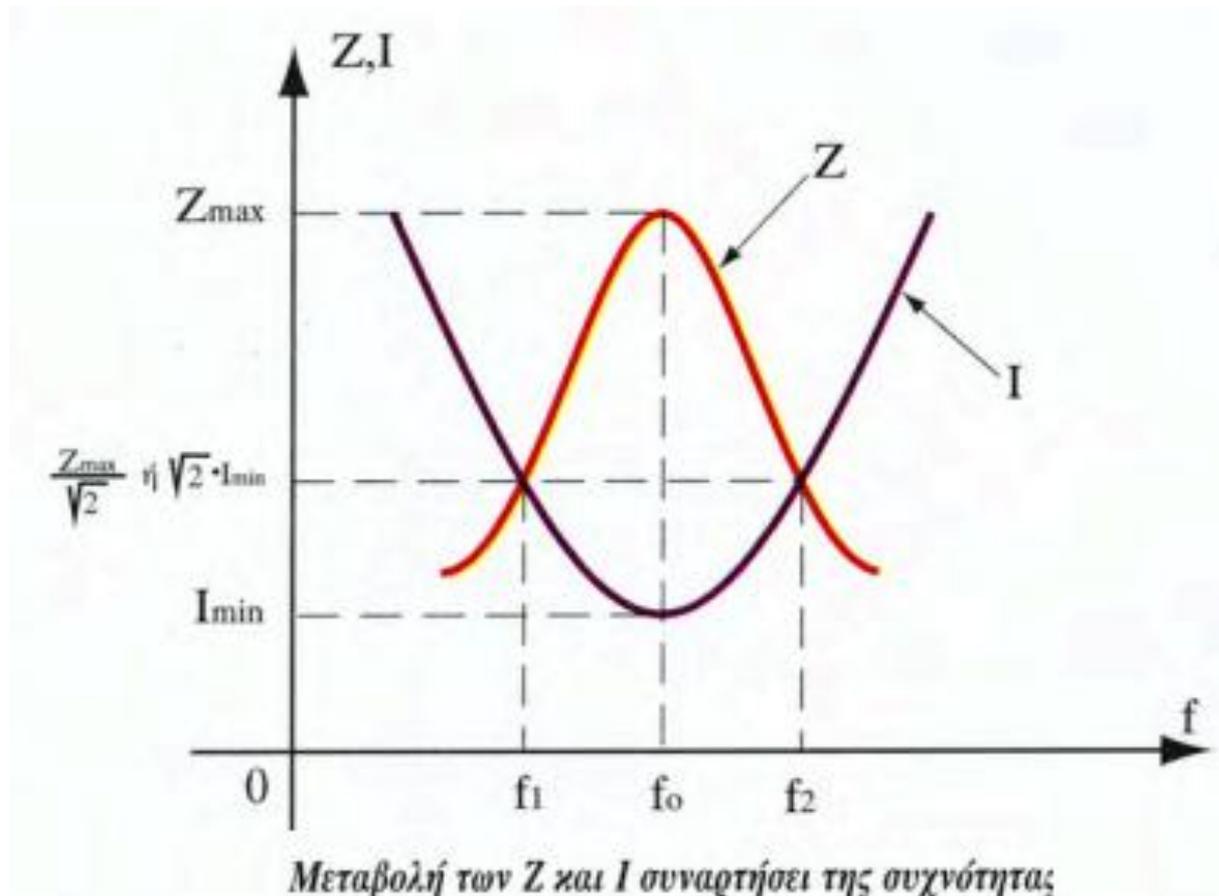


$$i = i_R + i_L + i_C$$

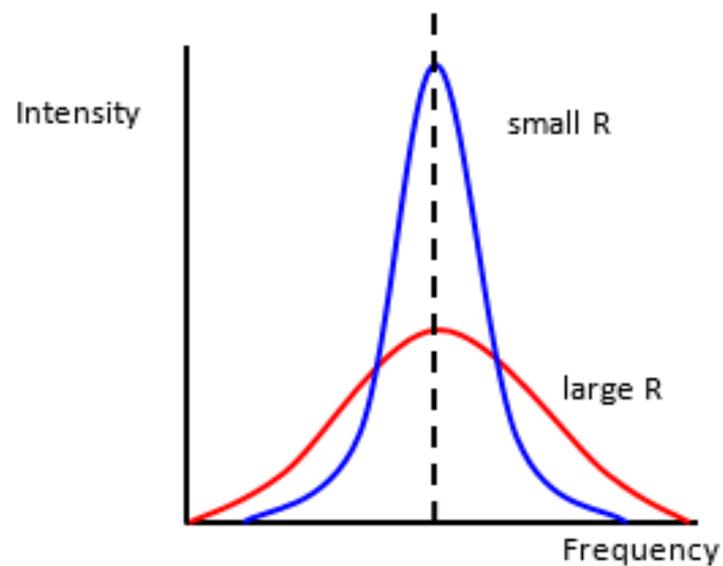
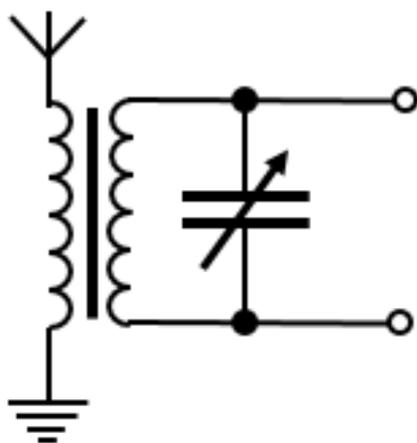
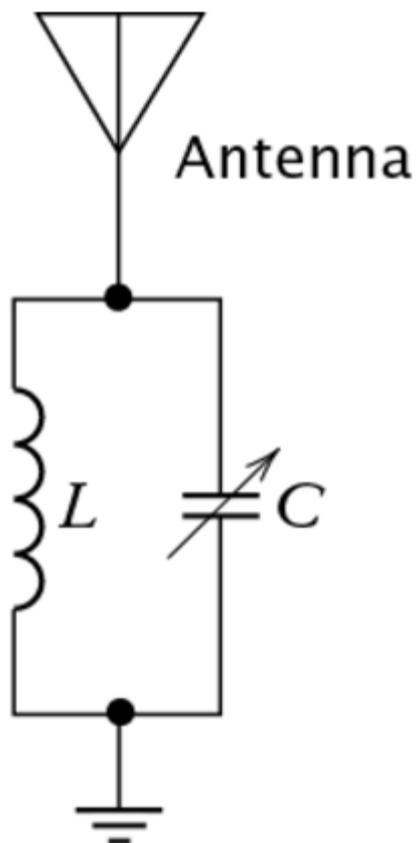
$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

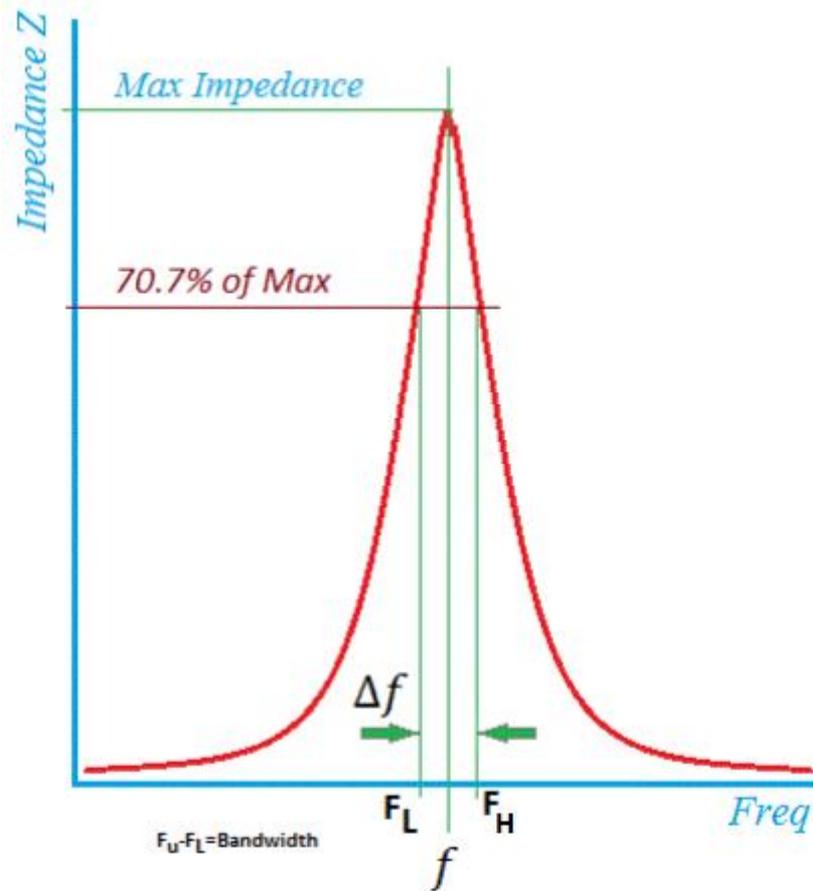
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow Z = R$$

Συντονισμός σε κύκλωμα RLC Παράλληλα



Εφαρμογές





Άσκ. 1 βιβλ. Ηλεκτροτεχνία, σελ.420

1. Κύκλωμα RLC σειράς τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση $u = 200 \cdot \eta\mu(500t + 30^0)$ και η στιγμιαία ένταση είναι $i = 2 \eta\mu(500t + 30^0)$. Εάν $L = 0,5\text{H}$ να βρεθούν οι τιμές των R και C .

(απάντ. $R = 100\Omega$, $C = 8\mu\text{F}$)

$$I_{max} = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{200}{2} = 100\Omega$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Leftrightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow 500^2 = \frac{1}{0,5C} \Rightarrow$$

$$250000 * 0,5C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{125000} = \frac{1}{1,25 * 10^5} =$$

$$\frac{10^{-5}}{1,25} = 0,8 * 10^{-5} = 8 * 10^{-6} \text{F} = 8\mu\text{F}$$

Άσκ. 2 βιβλ. Ηλεκτροτεχνία, σελ.420

2. Κύκλωμα RLC σειράς έχει: $R = 30\Omega$, $X_L = X_C = 150\Omega$ όταν τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση 120V, 60Hz. Ζητούνται:

α) η τιμή της χωρητικότητας C

β) η πραγματική ισχύς P που καταναλώνεται στην αντίσταση

(απάντ. $C = 1\mu F$, $P = 250W$)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega C X_C = 1 \Rightarrow$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi 60 * 150} =$$

$$\frac{1}{2\pi 60 * 150} = 0,00001F = 0,00001 * 10^6 = 10\mu F$$

$$\left. \begin{array}{l} P = UI_{max} \\ I_{max} = U/Z = U/R \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R} = \frac{120^2}{30} = \frac{14400}{30} = 480W$$

Άσκ. 3 βιβλ. Ηλεκτροτεχνία, σελ.420

3. Κύκλωμα RLC σειράς έχει: $R = \overset{3}{\cancel{40}}\Omega$, $L = \overset{0,3}{\cancel{4}}\text{H}$ και συνδέεται σε εναλλασσόμενη τάση $\overset{2}{\cancel{100}}\text{V}$, 500rad/s . Ζητούνται:

α) Η ενεργός τιμή του ρεύματος

β) Οι τάσεις U_L και U_C

γ) Ο συντελεστής ποιότητας Q_π

δ) Η ζώνη διέλευσης Δf

ε) Οι πλευρικές συχνότητες f_1, f_2 .

(απάντ. 4A, 600V, 5, 12KHz, 54KHz, 66KHz)

Απ. Άσκ. 3 βιβλ. Ηλεκτροτεχνία, σελ.420

$$I_{max} = \frac{U}{R} = \frac{120}{30} = 4A$$

$$X_L = \omega_0 L = 500 * 0,3 = 150\Omega$$

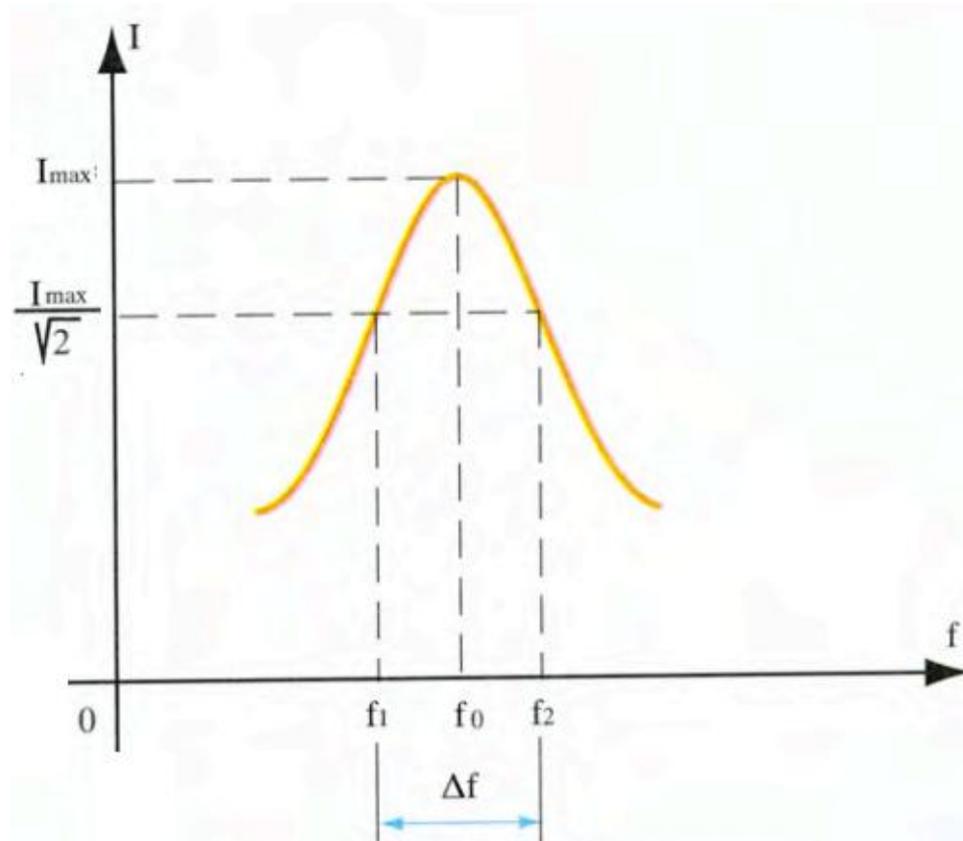
$$U_C = U_L = X_L I_{max} = 150 * 4 = 600V$$

$$Q_\pi = \frac{U_L}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{150}{30} = 5$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{500}{2\pi} = \frac{250}{\pi} Hz = 79,5Hz$$

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q_\pi} = \frac{79,5}{5} = 15,9Hz$$

Απ. Ασκ. 3 βιβλ. Ηλεκτροτεχνία,
σελ.420



$$f_1 = f_0 - \frac{\Delta f}{2} = 79,5 - \frac{15,9}{2} = 71,55\text{Hz}$$

$$f_2 = f_0 + \frac{\Delta f}{2} = 79,5 + \frac{15,9}{2} = 87,45\text{Hz}$$

Άσκ. Πανελληνίων 2014

Κύκλωμα σειράς, το οποίο αποτελείται από ωμικό αντιστάτη με τιμή $R = 30\Omega$ και ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 0,16\text{H}$, τροφοδοτείται από πηγή εναλλασσόμενης τάσης $u = 150\sqrt{2} \cdot \eta\mu(250t) \text{ V}$.

Να υπολογίσετε:

Γ1. Την τιμή της σύνθετης αντίστασης Z του κυκλώματος.

Γ2. Την ενεργό τιμή του ρεύματος $I_{\text{εν}}$ που διαρρέει το κύκλωμα.

Στη συνέχεια, διατηρώντας την ίδια τάση τροφοδοσίας u , προστίθεται σε σειρά στο κύκλωμα πυκνωτής και το κύκλωμα έρχεται σε κατάσταση συντονισμού.

Να υπολογίσετε:

Γ3. Την τιμή της χωρητικότητας C του πυκνωτή.

Γ4. Την ενεργό τιμή του ρεύματος $I'_{\text{εν}}$.

Γ5. Το συντελεστή ποιότητας Q_{π} .

Απ. Άσκ. Πανελληνίων 2014

Γ1.

$$X_L = \omega L = 250 \cdot 0,16 = 40\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500} = 50\Omega$$

Γ2. $I = \frac{U}{Z} = \frac{150}{50} = 3A$

Γ3.

$$X_L = X_C \Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{250^2 \cdot 0,16} = \frac{1}{10000} = 100\mu F$$

Γ4.

$$I' = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} = \frac{150}{30} = 5A$$

Γ5.

$$Q\pi = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{250 \cdot 0,16}{30} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3} = 1,3$$

Άσκ. Πανελληνίων 2011

Κύκλωμα RLC σειράς που βρίσκεται σε συντονισμό αποτελείται από μία ωμική αντίσταση R , πηνίο με επαγωγική αντίσταση $X_L = 628\Omega$ και πυκνωτή με χωρητική αντίσταση $X_C = 628\Omega$. Το κύκλωμα τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση $u = 300\sqrt{2} \cdot \eta\mu(314t)V$ και διαρρέεται από ενεργό ένταση $I = 10A$.

Να υπολογίσετε:

Γ1. Την ωμική αντίσταση R ,

Γ2. Την τιμή του συντελεστή αυτεπαγωγής L του πηνίου,

Γ3. Την ενεργό τιμή της πτώσης τάσης του πηνίου (U_L),

Γ4. Το συντελεστή ποιότητας (Q_π) του κυκλώματος.

Απ. Άσκ. Πανελληνίων 2011

$$\Gamma 1. I_{max} = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I_{max}} = \frac{300}{10} = 30\Omega$$

$$\Gamma 2. X_L = \omega_0 L \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega_0} = \frac{628}{314} = 2H$$

$$\Gamma 3. U_L = X_L I_{max} = 628 * 10 = 6280V$$

$$\Gamma 4. Q_{\pi} = \frac{U_L}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{628}{30} = 20,93$$